

71

**Microeconomía II (A24) Cuaderno de
ejercicios y apuntes**

Aurora García Gallego, Nikolaos Georgantzís

UNITAT PREDEPARTAMENTAL D' ECONOMÍA

71

**Microeconomía II (A24) Cuaderno de
ejercicios y apuntes**

Aurora García Gallego, Nikolaos Georgantzís

UNITAT PREDEPARTAMENTAL D' ECONOMÍA

Prólogo

Los ejercicios y apuntes de este cuaderno son el resultado de un proceso que empieza con las primeras promociones de la Licenciatura en Administración y Dirección de Empresas de nuestra Universidad. Los profesores que nos precedieron en la impartición de la Microeconomía en dicha titulación merecen nuestros más sinceros agradecimientos pues nos enseñaron cómo diseñar una asignatura de Economía para alumnos cuyo principal interés es la Administración y Dirección de Empresas. Entre ellos, destaca el apoyo de los profesores Jacint Balaguer y Vicente Budí. También deseamos expresar nuestro agradecimiento a los alumnos que cursaron la asignatura durante los cursos 1995-1999, pues con sus comentarios y observaciones nos dieron la posibilidad de corregir continuamente y evaluar la utilidad didáctica de los ejercicios. Cualquier fallo que todavía pueda persistir a pesar de nuestros esfuerzos de revisión y correcciones, es responsabilidad exclusiva de ambos autores.

En los ejercicios de este cuaderno proponemos una forma breve de repasar la materia impartida dentro de la Asignatura A24 (Microeconomía II) de la Licenciatura en Administración y Dirección de Empresas. No queremos decir que esto sea una forma alternativa de estudiar Microeconomía, o cualquier otra asignatura de contenido analítico, distinta de la habitual de consultar un manual básico y complementarlo con otros manuales y apuntes de clase además de resolver el mayor número posible de ejercicios. Cada uno de los ejercicios propuestos aquí está diseñado para abarcar lo equivalente a una clase práctica semanal, de duración 75´-80´, en la que se repasaría el material correspondiente a una semana de clases teóricas (160´-175´). A esto hay que añadir que el alumno tendría que invertir un tiempo considerable en la resolución completa de los ejercicios a partir de las sugerencias y observaciones del profesor en clase. Por lo tanto, el trabajo del alumno se tendría que estructurar en dos etapas: por un lado, la asimilación de las sugerencias y comentarios del profesor en las clases prácticas y, por otro, la resolución completa del ejercicio para obtener las respuestas concisas a las preguntas planteadas en los enunciados.

Prólogo

Los ejercicios y apuntes de este cuaderno son el resultado de un proceso que empieza con las primeras promociones de la Licenciatura en Administración y Dirección de Empresas de nuestra Universidad. Los profesores que nos precedieron en la impartición de la Microeconomía en dicha titulación merecen nuestros más sinceros agradecimientos pues nos enseñaron cómo diseñar una asignatura de Economía para alumnos cuyo principal interés es la Administración y Dirección de Empresas. Entre ellos, destaca el apoyo de los profesores Jacint Balaguer y Vicente Budí. También deseamos expresar nuestro agradecimiento a los alumnos que cursaron la asignatura durante los cursos 1995-1999, pues con sus comentarios y observaciones nos dieron la posibilidad de corregir continuamente y evaluar la utilidad didáctica de los ejercicios. Cualquier fallo que todavía pueda persistir a pesar de nuestros esfuerzos de revisión y correcciones, es responsabilidad exclusiva de ambos autores.

En los ejercicios de este cuaderno proponemos una forma breve de repasar la materia impartida dentro de la Asignatura A24 (Microeconomía II) de la Licenciatura en Administración y Dirección de Empresas. No queremos decir que esto sea una forma alternativa de estudiar Microeconomía, o cualquier otra asignatura de contenido analítico, distinta de la habitual de consultar un manual básico y complementarlo con otros manuales y apuntes de clase además de resolver el mayor número posible de ejercicios. Cada uno de los ejercicios propuestos aquí está diseñado para abarcar lo equivalente a una clase práctica semanal, de duración 75´-80´, en la que se repasaría el material correspondiente a una semana de clases teóricas (160´-175´). A esto hay que añadir que el alumno tendría que invertir un tiempo considerable en la resolución completa de los ejercicios a partir de las sugerencias y observaciones del profesor en clase. Por lo tanto, el trabajo del alumno se tendría que estructurar en dos etapas: por un lado, la asimilación de las sugerencias y comentarios del profesor en las clases prácticas y, por otro, la resolución completa del ejercicio para obtener las respuestas concisas a las preguntas planteadas en los enunciados.

Nuestra intención es proporcionar al alumno de la Licenciatura en Administración y Dirección de Empresas una guía válida para la clarificación de detalles técnicos que habitualmente dan lugar a dudas en el momento de resolver ejercicios de Microeconomía II. Aparte de los procesos de resolución con detalles técnicos, cada ejercicio ofrece un ejemplo de solución y respuesta exhaustivas a las preguntas de los enunciados. Dichas respuestas se consideran una aproximación suficiente a la solución ideal que permitiría obtener la máxima puntuación en un examen de Microeconomía II. Cada ejercicio se presenta en relación a un tema del programa de la asignatura. Además, cada uno de los ejercicios se presenta de manera independiente, tanto desde el punto de vista del contenido como con respecto a la enumeración de las ecuaciones, notas a pie de página y, en algunos casos, referencias bibliográficas.

Con nuestros apuntes introducimos de manera más detallada dos temas relativamente novedosos y menos frecuentes en los contenidos habituales de esta asignatura: *Diferenciación de Productos y Economía de la Información*. Nuestros apuntes sobre estos dos temas intentan ofrecer una síntesis, a partir de lecturas más avanzadas, aportando una aproximación factible y apropiada para las exigencias de la titulación.

Esperamos que las páginas que siguen sirvan para hacer el estudio de Microeconomía II una tarea menos difícil y más amena de lo que, muchas veces, se suele pensar.

Nuestra intención es proporcionar al alumno de la Licenciatura en Administración y Dirección de Empresas una guía válida para la clarificación de detalles técnicos que habitualmente dan lugar a dudas en el momento de resolver ejercicios de Microeconomía II. Aparte de los procesos de resolución con detalles técnicos, cada ejercicio ofrece un ejemplo de solución y respuesta exhaustivas a las preguntas de los enunciados. Dichas respuestas se consideran una aproximación suficiente a la solución ideal que permitiría obtener la máxima puntuación en un examen de Microeconomía II. Cada ejercicio se presenta en relación a un tema del programa de la asignatura. Además, cada uno de los ejercicios se presenta de manera independiente, tanto desde el punto de vista del contenido como con respecto a la enumeración de las ecuaciones, notas a pie de página y, en algunos casos, referencias bibliográficas.

Con nuestros apuntes introducimos de manera más detallada dos temas relativamente novedosos y menos frecuentes en los contenidos habituales de esta asignatura: *Diferenciación de Productos y Economía de la Información*. Nuestros apuntes sobre estos dos temas intentan ofrecer una síntesis, a partir de lecturas más avanzadas, aportando una aproximación factible y apropiada para las exigencias de la titulación.

Esperamos que las páginas que siguen sirvan para hacer el estudio de Microeconomía II una tarea menos difícil y más amena de lo que, muchas veces, se suele pensar.

Contenidos

(En relación con el temario de la Asignatura)

nº página

0. Introducción

- 0.1. Consideraciones metodológicas
- 0.2. La metáfora y el mapa como instrumentos de análisis

1. Competencia Perfecta

- 1.1. Corto plazo
- 1.2. Largo plazo

Ejercicios: 1, 2 7, 13

2. Monopolio

- 2.1. Pérdida de eficiencia
- 2.2. Discriminación de precios y el monopolio espacial

Ejercicios: 3, 4 22, 27

3. Oligopolio

- 3.1. Cantidades vs. precios (Cournot-Bertrand)
- 3.2. El cártel
- 3.3. Líder - seguidor (von Stackelberg)
- 3.4. El espacio (Hotelling)
- 3.5. El largo plazo

Ejercicios: 5,6,7,8 33, 38, 42, 44

Apuntes: “Diferenciación de Productos” 49

Ejercicios: 9, 10 67, 76

Contenidos

(En relación con el temario de la Asignatura)

nº página

0. Introducción

- 0.1. Consideraciones metodológicas
- 0.2. La metáfora y el mapa como instrumentos de análisis

1. Competencia Perfecta

- 1.1. Corto plazo
- 1.2. Largo plazo

Ejercicios: 1, 2 7, 13

2. Monopolio

- 2.1. Pérdida de eficiencia
- 2.2. Discriminación de precios y el monopolio espacial

Ejercicios: 3, 4 22, 27

3. Oligopolio

- 3.1. Cantidades vs. precios (Cournot-Bertrand)
- 3.2. El cártel
- 3.3. Líder - seguidor (von Stackelberg)
- 3.4. El espacio (Hotelling)
- 3.5. El largo plazo

Ejercicios: 5,6,7,8 33, 38, 42, 44

Apuntes: “Diferenciación de Productos” 49

Ejercicios: 9, 10 67, 76

4. Competencia Monopolística

- 4.1. El modelo de Chamberlin
- 4.2. La interpretación espacial

Ejercicios: 11, 12 82, 85

5. Mercado de Factores

- 5.1. Competencia perfecta
- 5.2. Poder de mercado

Ejercicio: 13 90

6. Economía de la Información

- 6.1. Comunicación entre rivales: selección adversa
- 6.2. Problemas tipo Principal-Agente: el riesgo moral

Apuntes: “Economía de la Información” 96

Ejercicio: 14 122

7. Equilibrio General y Bienestar

- 7.1. Eficiencia distributiva
- 7.2. Eficiencia productiva
- 7.3. Derechos de propiedad

Ejercicio: 15 124

Apéndice 131

4. Competencia Monopolística

- 4.1. El modelo de Chamberlin
- 4.2. La interpretación espacial

Ejercicios: 11, 12 82, 85

5. Mercado de Factores

- 5.1. Competencia perfecta
- 5.2. Poder de mercado

Ejercicio: 13 90

6. Economía de la Información

- 6.1. Comunicación entre rivales: selección adversa
- 6.2. Problemas tipo Principal-Agente: el riesgo moral

Apuntes: “Economía de la Información” 96

Ejercicio: 14 122

7. Equilibrio General y Bienestar

- 7.1. Eficiencia distributiva
- 7.2. Eficiencia productiva
- 7.3. Derechos de propiedad

Ejercicio: 15 124

Apéndice 131

Bibliografía

1. Bibliografía básica

- Frank, R., *Microeconomía y Conducta*, Madrid: McGraw-Hill, 1992.
- Pashigian, B. P., *Teoría de los Precios y Aplicaciones*, Madrid: McGraw-Hill, 1995.
- Varian, H. R., *Microeconomía Intermedia* (3ª ed), Barcelona: Antoni Bosch, 1994.
- Kats, M. L. y H. L. Rosen, *Microeconomía*, ed. Addison-Wesley-Iberoamerica, 1994.

2. Bibliografía complementaria

- Bergstrom, T. C. y H. R. Varian, *Ejercicios de Microeconomía*, Barcelona: Antoni Bosch, 1992.
- Fernández, J. y J. Tugores, *Fundamentos de Microeconomía*, Madrid: McGraw-Hill, 1991.
- Fernández, J. y J. Tugores, *Microeconomía: Cuestiones y Problemas*, Madrid: McGraw-Hill, 1992.
- Friedman, M., *Teoría de los precios*, Madrid: Alianza Universidad Textos, 1982.
- Gravelle, H. y R. Rees, *Microeconomía*, Madrid: Alianza Universidad Textos, 1984.
- Varian, H., *Análisis Microeconómico*, Barcelona: Antoni Bosch, 1992.

Bibliografía

1. Bibliografía básica

- Frank, R., *Microeconomía y Conducta*, Madrid: McGraw-Hill, 1992.
- Pashigian, B. P., *Teoría de los Precios y Aplicaciones*, Madrid: McGraw-Hill, 1995.
- Varian, H. R., *Microeconomía Intermedia* (3ª ed), Barcelona: Antoni Bosch, 1994.
- Kats, M. L. y H. L. Rosen, *Microeconomía*, ed. Addison-Wesley-Iberoamerica, 1994.

2. Bibliografía complementaria

- Bergstrom, T. C. y H. R. Varian, *Ejercicios de Microeconomía*, Barcelona: Antoni Bosch, 1992.
- Fernández, J. y J. Tugores, *Fundamentos de Microeconomía*, Madrid: McGraw-Hill, 1991.
- Fernández, J. y J. Tugores, *Microeconomía: Cuestiones y Problemas*, Madrid: McGraw-Hill, 1992.
- Friedman, M., *Teoría de los precios*, Madrid: Alianza Universidad Textos, 1982.
- Gravelle, H. y R. Rees, *Microeconomía*, Madrid: Alianza Universidad Textos, 1984.
- Varian, H., *Análisis Microeconómico*, Barcelona: Antoni Bosch, 1992.

Ejercicio 1:

1. Una empresa produce un nivel q de output de un producto según la siguiente función de costes:

(1)
$$C(q) = a \cdot q - b \cdot q^2 + g \cdot q^3$$

donde los parámetros a , b y g son, todos ellos, positivos. Demuestra que hay dos intersecciones de la curva de costes marginales (CMe) con la de costes medios (CMe) y que una de ellas (la que corresponde a un output positivo) coincide con el punto en el que la función de costes medios tiene su (único) mínimo.

2. Si $\begin{pmatrix} a = 10 \\ b = 5 \\ g = 1 \end{pmatrix}$, determina la cantidad que producirá la empresa si es una

empresa precio-aceptante y el precio del mercado es $P = 50$ unidades monetarias. ¿Cuánto producirá si el precio es $P = 30$? ¿Cuál es el beneficio π de la empresa en cada caso? ¿En qué cambiaría esta situación si hubiera un coste fijo $F = 100$?

3. Halla el precio que corresponde al *punto de cierre* y la mínima cantidad positiva que corresponde a dicho precio.

4. Si $\begin{pmatrix} a = 10 \\ b = 0 \\ g = 1 \end{pmatrix}$ halla analíticamente y gráficamente la función de la oferta de

la empresa y la función de oferta de una industria constituida por 30 empresas idénticas a la ya mencionada en este ejercicio.

Nota: Intenta ser conciso/a y emplear gráficas para ilustrar tus respuestas.

Ejercicio 1:

1. Una empresa produce un nivel q de output de un producto según la siguiente función de costes:

(1)
$$C(q) = a \cdot q - b \cdot q^2 + g \cdot q^3$$

donde los parámetros a , b y g son, todos ellos, positivos. Demuestra que hay dos intersecciones de la curva de costes marginales (CMe) con la de costes medios (CMe) y que una de ellas (la que corresponde a un output positivo) coincide con el punto en el que la función de costes medios tiene su (único) mínimo.

2. Si $\begin{pmatrix} a = 10 \\ b = 5 \\ g = 1 \end{pmatrix}$, determina la cantidad que producirá la empresa si es una

empresa precio-aceptante y el precio del mercado es $P = 50$ unidades monetarias. ¿Cuánto producirá si el precio es $P = 30$? ¿Cuál es el beneficio π de la empresa en cada caso? ¿En qué cambiaría esta situación si hubiera un coste fijo $F = 100$?

3. Halla el precio que corresponde al *punto de cierre* y la mínima cantidad positiva que corresponde a dicho precio.

4. Si $\begin{pmatrix} a = 10 \\ b = 0 \\ g = 1 \end{pmatrix}$ halla analíticamente y gráficamente la función de la oferta de

la empresa y la función de oferta de una industria constituida por 30 empresas idénticas a la ya mencionada en este ejercicio.

Nota: Intenta ser conciso/a y emplear gráficas para ilustrar tus respuestas.

Solución:

1. Calculamos el coste marginal:

(1.1) $CMg = a - 2 \cdot b \cdot q + 3 \cdot g \cdot q^2$

y el coste medio:

(1.2) $CMe = a - b \cdot q + g \cdot q^2$

y resolvemos la ecuación $CMg=CMe$ respecto a q .

Tendremos que la ecuación se satisface si:

$$\begin{aligned} CMg &= CMe \Leftrightarrow \\ a - 2 \cdot b \cdot q + 3 \cdot g \cdot q^2 &= a - b \cdot q + g \cdot q^2 \Leftrightarrow \\ -b \cdot q + g \cdot q^2 &= -2 \cdot b \cdot q + 3 \cdot g \cdot q^2 \Leftrightarrow \\ b \cdot q &= 2 \cdot g \cdot q^2 \Leftrightarrow q \cdot (2 \cdot g \cdot q - b) = 0 \Leftrightarrow q = 0 \vee q = \underbrace{\frac{b}{2 \cdot g}}_{RAICES} \end{aligned}$$

Ahora tenemos que ver a qué nivel de producción se minimiza el coste medio:

(1.3) $\min_q CMe \Leftrightarrow \frac{\partial CMe}{\partial q} = 0 \wedge \frac{\partial^2 CMe}{\partial q^2} > 0$

La condición de primer orden en la expresión (1.3) se satisface si:

$$\frac{\partial CMe}{\partial q} = 0 = \frac{\partial(a - b \cdot q + g \cdot q^2)}{\partial q} \Leftrightarrow -b + 2 \cdot g \cdot q = 0 \Leftrightarrow q = \frac{b}{2 \cdot g}$$

que coincide con la segunda solución de la ecuación $CMg=CMe$. Además, la condición de segundo orden se satisface siempre. Es decir:

Solución:

1. Calculamos el coste marginal:

(1.1) $CMg = a - 2 \cdot b \cdot q + 3 \cdot g \cdot q^2$

y el coste medio:

(1.2) $CMe = a - b \cdot q + g \cdot q^2$

y resolvemos la ecuación $CMg=CMe$ respecto a q .

Tendremos que la ecuación se satisface si:

$$\begin{aligned} CMg &= CMe \Leftrightarrow \\ a - 2 \cdot b \cdot q + 3 \cdot g \cdot q^2 &= a - b \cdot q + g \cdot q^2 \Leftrightarrow \\ -b \cdot q + g \cdot q^2 &= -2 \cdot b \cdot q + 3 \cdot g \cdot q^2 \Leftrightarrow \\ b \cdot q &= 2 \cdot g \cdot q^2 \Leftrightarrow q \cdot (2 \cdot g \cdot q - b) = 0 \Leftrightarrow q = 0 \vee q = \underbrace{\frac{b}{2 \cdot g}}_{RAICES} \end{aligned}$$

Ahora tenemos que ver a qué nivel de producción se minimiza el coste medio:

(1.3) $\min_q CMe \Leftrightarrow \frac{\partial CMe}{\partial q} = 0 \wedge \frac{\partial^2 CMe}{\partial q^2} > 0$

La condición de primer orden en la expresión (1.3) se satisface si:

$$\frac{\partial CMe}{\partial q} = 0 = \frac{\partial(a - b \cdot q + g \cdot q^2)}{\partial q} \Leftrightarrow -b + 2 \cdot g \cdot q = 0 \Leftrightarrow q = \frac{b}{2 \cdot g}$$

que coincide con la segunda solución de la ecuación $CMg=CMe$. Además, la condición de segundo orden se satisface siempre. Es decir:

$$\frac{\partial^2 CMe}{\partial q^2} = \frac{\partial \left(\frac{\partial CMe}{\partial q} \right)}{\partial q} = \frac{\partial(-b+2 \cdot g \cdot q)}{\partial q} = 2 \cdot g > 0, \text{ lo que es cierto para todo}$$

nivel de output y, por ello, la solución obtenida corresponde a un *mínimo* que, además, es el único, dado que la función de costes medios es de segundo grado.

2. La condición de maximización de los beneficios para una empresa precio aceptante es $P=CMg$. Dicha condición, bajo las hipótesis de este apartado, se satisface si: $P=50=CMg=10-10q+3q^2$ que supone la solución de una ecuación de segundo grado. De hecho, hay dos raíces pero una es negativa y - dado que un output negativo no tiene sentido - se puede eliminar. Así que la solución para precio y cantidad de producto, así como los correspondientes beneficios, es:

$$P=50 \Leftrightarrow q=5,68 \text{ y } \pi=205,26$$

De igual manera calculamos:

$$P=30 \Leftrightarrow q=4,74 \text{ y } \pi=100,64$$

Si hubiera un coste fijo igual a 100 unidades monetarias, los beneficios totales serían 100 unidades menos (105,26 y 0,64, respectivamente), pero el nivel de producción sería el mismo.

3. El *punto de cierre* es el mínimo precio del mercado a partir del cual a la empresa le interesa producir un output mayor que cero. Cuando los *costes variables medios* (sin tener en cuenta los costes fijos) y los *costes medios* (teniendo en cuenta los costes fijos) son distintos, son los primeros los que tienen que ser superados por el precio para que, a corto plazo, la producción de un output positivo tenga sentido económico. En el caso que nos ocupa en este ejercicio, los costes fijos son cero y los dos conceptos de coste medio mencionados coinciden. La empresa producirá un output positivo mientras el precio del mercado supere al mínimo coste medio. Pero hemos visto anteriormente que dicho mínimo corresponde a la intersección del coste medio con el coste marginal. Por tanto, aplicando la fórmula obtenida en el apartado anterior, sabemos que el punto de cierre (que coincide con la

$$\frac{\partial^2 CMe}{\partial q^2} = \frac{\partial \left(\frac{\partial CMe}{\partial q} \right)}{\partial q} = \frac{\partial(-b+2 \cdot g \cdot q)}{\partial q} = 2 \cdot g > 0, \text{ lo que es cierto para todo}$$

nivel de output y, por ello, la solución obtenida corresponde a un *mínimo* que, además, es el único, dado que la función de costes medios es de segundo grado.

2. La condición de maximización de los beneficios para una empresa precio aceptante es $P=CMg$. Dicha condición, bajo las hipótesis de este apartado, se satisface si: $P=50=CMg=10-10q+3q^2$ que supone la solución de una ecuación de segundo grado. De hecho, hay dos raíces pero una es negativa y - dado que un output negativo no tiene sentido - se puede eliminar. Así que la solución para precio y cantidad de producto, así como los correspondientes beneficios, es:

$$P=50 \Leftrightarrow q=5,68 \text{ y } \pi=205,26$$

De igual manera calculamos:

$$P=30 \Leftrightarrow q=4,74 \text{ y } \pi=100,64$$

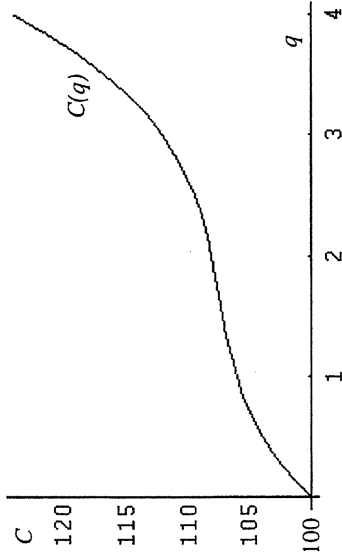
Si hubiera un coste fijo igual a 100 unidades monetarias, los beneficios totales serían 100 unidades menos (105,26 y 0,64, respectivamente), pero el nivel de producción sería el mismo.

3. El *punto de cierre* es el mínimo precio del mercado a partir del cual a la empresa le interesa producir un output mayor que cero. Cuando los *costes variables medios* (sin tener en cuenta los costes fijos) y los *costes medios* (teniendo en cuenta los costes fijos) son distintos, son los primeros los que tienen que ser superados por el precio para que, a corto plazo, la producción de un output positivo tenga sentido económico. En el caso que nos ocupa en este ejercicio, los costes fijos son cero y los dos conceptos de coste medio mencionados coinciden. La empresa producirá un output positivo mientras el precio del mercado supere al mínimo coste medio. Pero hemos visto anteriormente que dicho mínimo corresponde a la intersección del coste medio con el coste marginal. Por tanto, aplicando la fórmula obtenida en el apartado anterior, sabemos que el punto de cierre (que coincide con la

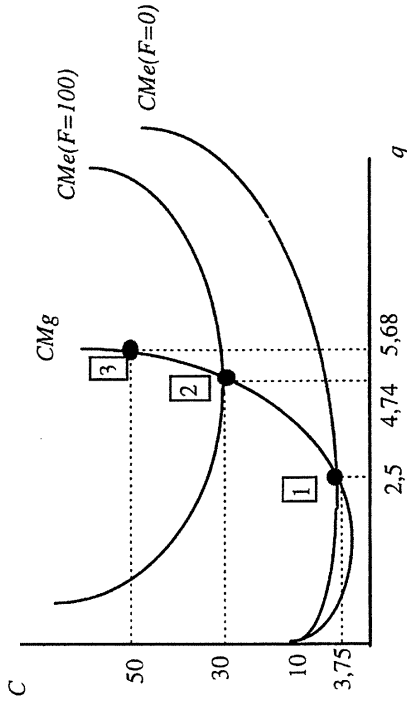
intersección de los costes medios y marginales y con el mínimo coste medio) es: $q = \frac{b}{2 \cdot g} = \frac{5}{2 \cdot 1} = 2,5$.

Este nivel de output, sustituido en la función de costes marginales, nos da el precio $P=3,75$ a que corresponde al mínimo a partir del cual la empresa produce cantidades positivas de producto.

La situación expuesta hasta este punto se puede resumir en las siguientes gráficas:



GRÁFICA 1: La función de costes para los valores de los parámetros del apartado 2 y un coste fijo $F=100$.

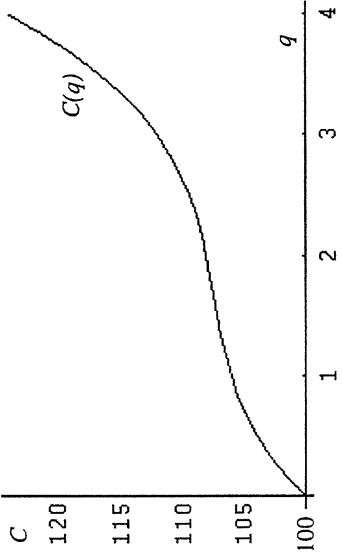


GRÁFICA 2: Puntos 1,2,3, respectivamente: punto de cierre, caso 2 y caso 1 del segundo apartado. Se observa que, en presencia de costes fijos, el comportamiento de las empresas puede ser igual que en el caso en el que los costes fijos son cero. Sin embargo, el beneficio se reduce y, especialmente en el segundo caso, se aproxima a cero.

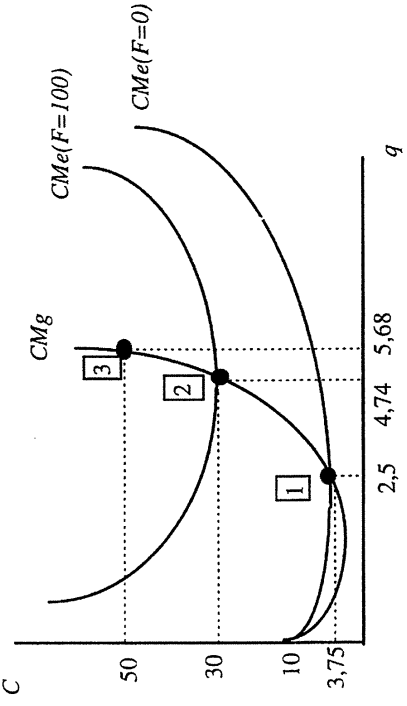
intersección de los costes medios y marginales y con el mínimo coste medio) es: $q = \frac{b}{2 \cdot g} = \frac{5}{2 \cdot 1} = 2,5$.

Este nivel de output, sustituido en la función de costes marginales, nos da el precio $P=3,75$ a que corresponde al mínimo a partir del cual la empresa produce cantidades positivas de producto.

La situación expuesta hasta este punto se puede resumir en las siguientes gráficas:



GRÁFICA 1: La función de costes para los valores de los parámetros del apartado 2 y un coste fijo $F=100$.



GRÁFICA 2: Puntos 1,2,3, respectivamente: punto de cierre, caso 2 y caso 1 del segundo apartado. Se observa que, en presencia de costes fijos, el comportamiento de las empresas puede ser igual que en el caso en el que los costes fijos son cero. Sin embargo, el beneficio se reduce y, especialmente en el segundo caso, se aproxima a cero.

4. La función de oferta de la empresa es la función que relaciona los niveles de output que está dispuesta a ofertar la empresa para distintos niveles de precio. Esto equivale a invertir (cambiar un eje por otro) la curva de costes marginales y, en concreto, la parte de dicha curva a partir del punto de cierre que, en este caso, es:

$$\bar{q} = \frac{b}{2g} = \frac{0}{2} = 0 \Rightarrow \bar{P} = 10$$

Esto se puede expresar, analíticamente, de la siguiente manera:

- $P \geq 10 \Rightarrow q = f(P) > 0$, donde $f(P)$ es la función inversa del Cmg .
- $P < 10 \Rightarrow q = 0$.

Considerando un precio superior al que corresponde al punto de cierre, podemos invertir la función de costes marginales para obtener la función de la oferta: $q = f(P)$. El proceso de inversión se describe a continuación:

$$Cmg = P = 10 + 3 \cdot q^2 \Rightarrow P - 10 = 3 \cdot q^2 \Rightarrow \frac{P - 10}{3} = q^2 \Rightarrow q = f(P) = \sqrt{\frac{P - 10}{3}}$$

Además, la función de la oferta de toda la industria será la suma de todas las funciones de oferta individuales. Es decir:

$$F(P) = Q = 30 \cdot q = 30 \cdot \sqrt{\frac{P - 10}{3}} \quad \text{si } P \geq 10 \quad \text{y} \quad Q = 0 \quad \text{si } P < 10.$$

Las dos funciones están representadas en las gráficas 3 y 4. Nótese que, a pesar de la aparente similitud entre las dos gráficas, la primera está dibujada en escala menor en cuanto al eje de las cantidades:

4. La función de oferta de la empresa es la función que relaciona los niveles de output que está dispuesta a ofertar la empresa para distintos niveles de precio. Esto equivale a invertir (cambiar un eje por otro) la curva de costes marginales y, en concreto, la parte de dicha curva a partir del punto de cierre que, en este caso, es:

$$\bar{q} = \frac{b}{2g} = \frac{0}{2} = 0 \Rightarrow \bar{P} = 10$$

Esto se puede expresar, analíticamente, de la siguiente manera:

- $P \geq 10 \Rightarrow q = f(P) > 0$, donde $f(P)$ es la función inversa del Cmg .
- $P < 10 \Rightarrow q = 0$.

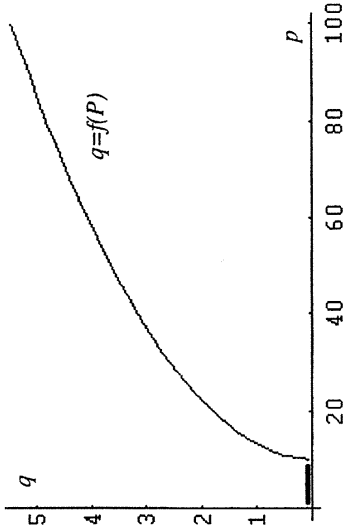
Considerando un precio superior al que corresponde al punto de cierre, podemos invertir la función de costes marginales para obtener la función de la oferta: $q = f(P)$. El proceso de inversión se describe a continuación:

$$Cmg = P = 10 + 3 \cdot q^2 \Rightarrow P - 10 = 3 \cdot q^2 \Rightarrow \frac{P - 10}{3} = q^2 \Rightarrow q = f(P) = \sqrt{\frac{P - 10}{3}}$$

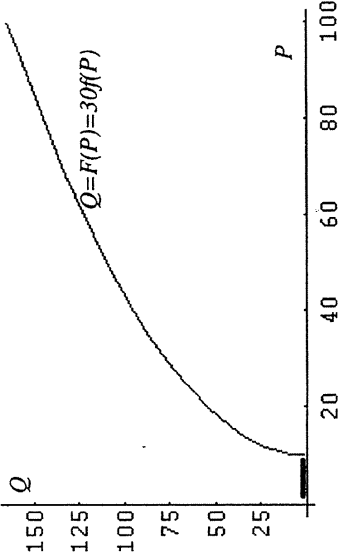
Además, la función de la oferta de toda la industria será la suma de todas las funciones de oferta individuales. Es decir:

$$F(P) = Q = 30 \cdot q = 30 \cdot \sqrt{\frac{P - 10}{3}} \quad \text{si } P \geq 10 \quad \text{y} \quad Q = 0 \quad \text{si } P < 10.$$

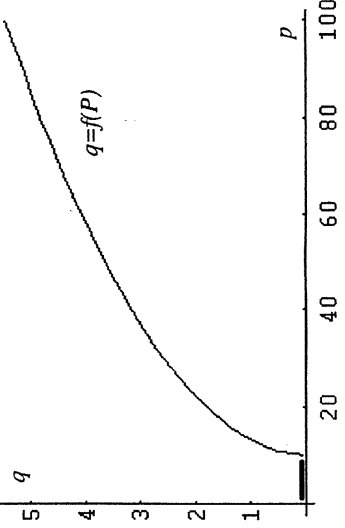
Las dos funciones están representadas en las gráficas 3 y 4. Nótese que, a pesar de la aparente similitud entre las dos gráficas, la primera está dibujada en escala menor en cuanto al eje de las cantidades:



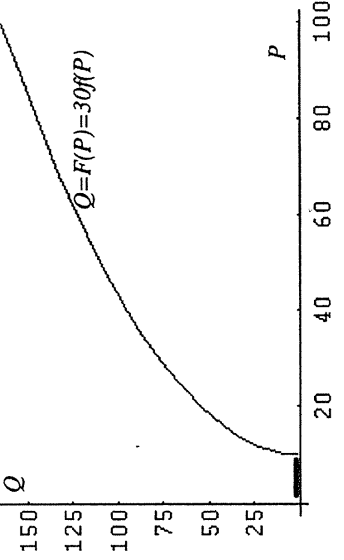
GRÁFICA 3: La función de la oferta de la empresa.



GRÁFICA 4: La función de la oferta de la industria.



GRÁFICA 3: La función de la oferta de la empresa.



GRÁFICA 4: La función de la oferta de la industria.

Ejercicio 2:

1. La producción de un bien homogéneo en una industria perfectamente competitiva implica unos costes totales C que son función del output q tal y como indica la función:

(1) $C(q) = f + a \cdot q + b \cdot q^3$

cuyos parámetros a, b, f son todos positivos. Calcula la cantidad que producirá cada empresa en esta industria tras establecerse el equilibrio competitivo a largo plazo y también el precio que corresponde a dicho equilibrio. Comenta los resultados.

2. Si la industria vende su producto a un mercado cuyas respuestas a cambios del precio se recogen en la siguiente función de la demanda:

(2) $Q = 325 - P$

y $\begin{pmatrix} a = 10 \\ b = 5 \\ f = 270 \end{pmatrix}$, determina la cantidad total del bien que corresponde al

equilibrio a largo plazo, y el número de empresas que constituirán, a largo plazo, la industria.

3. i) ¿Cómo variará el precio, la cantidad individual, la cantidad total y el número de empresas a largo plazo si todas las empresas del sector en cuestión reciben una subvención (fija) de 190 unidades monetarias?

ii) ¿Cómo variarán las mismas magnitudes si, además de la subvención, el paso del tiempo (cambio tecnológico o maquinaria obsoleta) hace que los

Ejercicio 2:

1. La producción de un bien homogéneo en una industria perfectamente competitiva implica unos costes totales C que son función del output q tal y como indica la función:

(1) $C(q) = f + a \cdot q + b \cdot q^3$

cuyos parámetros a, b, f son todos positivos. Calcula la cantidad que producirá cada empresa en esta industria tras establecerse el equilibrio competitivo a largo plazo y también el precio que corresponde a dicho equilibrio. Comenta los resultados.

2. Si la industria vende su producto a un mercado cuyas respuestas a cambios del precio se recogen en la siguiente función de la demanda:

(2) $Q = 325 - P$

y $\begin{pmatrix} a = 10 \\ b = 5 \\ f = 270 \end{pmatrix}$, determina la cantidad total del bien que corresponde al

equilibrio a largo plazo, y el número de empresas que constituirán, a largo plazo, la industria.

3. i) ¿Cómo variará el precio, la cantidad individual, la cantidad total y el número de empresas a largo plazo si todas las empresas del sector en cuestión reciben una subvención (fija) de 190 unidades monetarias?

ii) ¿Cómo variarán las mismas magnitudes si, además de la subvención, el paso del tiempo (cambio tecnológico o maquinaria obsoleta) hace que los

rendimientos de la producción sean' más decrecientes, como implican los valores de los parámetros: $\begin{pmatrix} a = 10 \\ b = 40 \\ f = 270 \end{pmatrix}$?.

4. Cómo variarán los resultados del apartado 3.ii) si, además de las hipótesis hechas sobre la subvención y el efecto del tiempo sobre los rendimientos de la producción, se impone a las empresas un impuesto de 5 unidades monetarias por cada unidad de producto vendida o una campaña publicitaria aumenta la constante de la función de la demanda de 325 a 330?.

Nota: Intenta ser conciso y emplear gráficas para ilustrar tus respuestas.

Solución:

1. Calculamos el coste medio:

(1.1)
$$CMe(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{f}{q} + a + b \cdot q^2,$$

y hallamos el output individual q que lo minimiza:

(1.2)
$$\begin{aligned} \min_q CMe(q) &\Rightarrow \frac{\partial CMe(q)}{\partial q} = 0 \Rightarrow -\frac{f}{q^2} + 2bq = 0 \Rightarrow 2bq = \frac{f}{q^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow q^3 = \frac{f}{2b} \Rightarrow q = \sqrt[3]{\frac{f}{2b}} \end{aligned}$$

que, sustituido en la función de costes medios (1.1), nos dará el mínimo coste medio, que coincide (como sabemos por teoría) con el precio de equilibrio a largo plazo:

¹ Rellena los espacios con una de las palabras: a) *más* y b) *menos* (primer espacio) y a) *crecientes* y b) *decrecientes* (segundo espacio), para obtener máxima puntuación en este apartado. Nótese que el (des)conocimiento del concepto no afecta las posibilidades de realizar los cálculos a la perfección.

rendimientos de la producción sean' más decrecientes, como implican los valores de los parámetros: $\begin{pmatrix} a = 10 \\ b = 40 \\ f = 270 \end{pmatrix}$?.

4. Cómo variarán los resultados del apartado 3.ii) si, además de las hipótesis hechas sobre la subvención y el efecto del tiempo sobre los rendimientos de la producción, se impone a las empresas un impuesto de 5 unidades monetarias por cada unidad de producto vendida o una campaña publicitaria aumenta la constante de la función de la demanda de 325 a 330?.

Nota: Intenta ser conciso y emplear gráficas para ilustrar tus respuestas.

Solución:

1. Calculamos el coste medio:

(1.1)
$$CMe(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{f}{q} + a + b \cdot q^2,$$

y hallamos el output individual q que lo minimiza:

(1.2)
$$\begin{aligned} \min_q CMe(q) &\Rightarrow \frac{\partial CMe(q)}{\partial q} = 0 \Rightarrow -\frac{f}{q^2} + 2bq = 0 \Rightarrow 2bq = \frac{f}{q^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow q^3 = \frac{f}{2b} \Rightarrow q = \sqrt[3]{\frac{f}{2b}} \end{aligned}$$

que, sustituido en la función de costes medios (1.1), nos dará el mínimo coste medio, que coincide (como sabemos por teoría) con el precio de equilibrio a largo plazo:

¹ Rellena los espacios con una de las palabras: a) *más* y b) *menos* (primer espacio) y a) *crecientes* y b) *decrecientes* (segundo espacio), para obtener máxima puntuación en este apartado. Nótese que el (des)conocimiento del concepto no afecta las posibilidades de realizar los cálculos a la perfección.

$$CMe\left(\sqrt[3]{\frac{f}{2b}}\right) = \frac{f}{\sqrt[3]{\frac{f}{2b}}} + a + b\left(\sqrt[3]{\frac{f}{2b}}\right)^2 = \frac{\sqrt[3]{f^3}}{\sqrt[3]{\frac{f}{2b}}} + a + \sqrt[3]{b^3}\left(\sqrt[3]{\frac{f}{2b}}\right)^2 =$$

$$(1.3) \quad \sqrt[3]{2bf^2} + a + \sqrt[3]{\frac{bf^2}{4}} = a + \sqrt[3]{bf^2} \cdot \left(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^{-2}}\right) = a + (1,26 + 0,62) \cdot \sqrt[3]{bf^2} =$$

$$P^{LP} = a + 1,88 \cdot \sqrt[3]{bf^2}$$

Comentario:

Del resultado sobre el output individual que minimiza el coste medio (proceso y resultado descritos en (1.2)), observamos que:

1. El output individual a largo plazo es función creciente de los costes fijos. Esta observación se podría relacionar con un hecho habitual en mercados reales en los que la existencia de unos costes fijos altos impide la entrada a empresas de pequeña escala y, por consiguiente, a largo plazo, sólo se esperaría que sobreviviesen empresas grandes, algo que contrastaría con lo que se observa en mercados con costes fijos inexistentes, en los que esperaríamos encontrar empresas de menor escala. En el caso extremo de costes fijos cercanos a cero, se puede observar que la escala que minimiza los costes medios es una escala cercana a cero, que podría ser el equivalente teórico a lo que se observa en algunos mercadillos, donde casi todo el coste de los vendedores es el coste variable, y, por esa razón, la escala de sus actividades puede ser mínima.

2. El coeficiente b en la función de costes (1) es una medida de los rendimientos decrecientes que implica la actividad productiva de la empresa. Se observa que el output individual de equilibrio a largo plazo es función decreciente de dicho coeficiente. Eso refleja la característica habitualmente observada en mercados reales, en los que el hecho de ser más ineficiente cuando se produce a mayor escala, obliga a las empresas a operar a escalas menores.

$$CMe\left(\sqrt[3]{\frac{f}{2b}}\right) = \frac{f}{\sqrt[3]{\frac{f}{2b}}} + a + b\left(\sqrt[3]{\frac{f}{2b}}\right)^2 = \frac{\sqrt[3]{f^3}}{\sqrt[3]{\frac{f}{2b}}} + a + \sqrt[3]{b^3}\left(\sqrt[3]{\frac{f}{2b}}\right)^2 =$$

$$(1.3) \quad \sqrt[3]{2bf^2} + a + \sqrt[3]{\frac{bf^2}{4}} = a + \sqrt[3]{bf^2} \cdot \left(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^{-2}}\right) = a + (1,26 + 0,62) \cdot \sqrt[3]{bf^2} =$$

$$P^{LP} = a + 1,88 \cdot \sqrt[3]{bf^2}$$

Comentario:

Del resultado sobre el output individual que minimiza el coste medio (proceso y resultado descritos en (1.2)), observamos que:

1. El output individual a largo plazo es función creciente de los costes fijos. Esta observación se podría relacionar con un hecho habitual en mercados reales en los que la existencia de unos costes fijos altos impide la entrada a empresas de pequeña escala y, por consiguiente, a largo plazo, sólo se esperaría que sobreviviesen empresas grandes, algo que contrastaría con lo que se observa en mercados con costes fijos inexistentes, en los que esperaríamos encontrar empresas de menor escala. En el caso extremo de costes fijos cercanos a cero, se puede observar que la escala que minimiza los costes medios es una escala cercana a cero, que podría ser el equivalente teórico a lo que se observa en algunos mercadillos, donde casi todo el coste de los vendedores es el coste variable, y, por esa razón, la escala de sus actividades puede ser mínima.

2. El coeficiente b en la función de costes (1) es una medida de los rendimientos decrecientes que implica la actividad productiva de la empresa. Se observa que el output individual de equilibrio a largo plazo es función decreciente de dicho coeficiente. Eso refleja la característica habitualmente observada en mercados reales, en los que el hecho de ser más ineficiente cuando se produce a mayor escala, obliga a las empresas a operar a escalas menores.

Del resultado sobre el precio de equilibrio a largo plazo (proceso y resultado expuesto en (1.3)), observamos que todos los coeficientes de la función de costes tienen un efecto positivo sobre el precio. Es decir, como se esperaba intuitivamente, los costes fijos, el coeficiente de rendimientos decrecientes y el coste asociado a cada unidad de producto, tienen un efecto positivo sobre los precios. Además, mientras a afecta directamente al precio (un aumento en a se reflejará directamente sobre el precio), f tiene un efecto mayor y b un efecto menor que f .

2. Podemos calcular el output individual que minimiza los costes medios:

$$(2.1) \quad CMe(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{270}{q} + 10 + 5 \cdot q^2$$

de la misma manera que en (1.2). Obtendremos que $q = \sqrt[3]{\frac{270}{2.5}} = \sqrt[3]{27} = 3$ es el output que producirá cada empresa en el equilibrio a largo plazo. El precio de equilibrio a largo será el que corresponde al mínimo coste medio, que se obtiene por simple sustitución de $q=3$ en la función de costes medios (2.1). Así, se obtiene:

$$P = \min CMe = CMe(q=3) = 145$$

Este precio, sustituido en la función de la demanda (2), nos da la cantidad total que se venderá en este mercado:

$$Q = 325 - P = 325 - 145 = 180$$

La división del output total por el output que producirá cada empresa (output individual) nos dará el número de empresas que constituirán esta industria a largo plazo:

$$n^* = Q/q = 180/3 = 60$$

3. i) En términos de los datos sobre la estructura de costes de cada una de las empresas, una *subvención fija* equivale a una *reducción de los costes fijos*. Entonces, la subvención de 190 unidades monetarias equivale a una reducción de $f=270$ a $f'=270-190=80$. La sustitución de f por f' en el resultado obtenido sobre el output individual en (1.2), nos da:

Del resultado sobre el precio de equilibrio a largo plazo (proceso y resultado expuesto en (1.3)), observamos que todos los coeficientes de la función de costes tienen un efecto positivo sobre el precio. Es decir, como se esperaba intuitivamente, los costes fijos, el coeficiente de rendimientos decrecientes y el coste asociado a cada unidad de producto, tienen un efecto positivo sobre los precios. Además, mientras a afecta directamente al precio (un aumento en a se reflejará directamente sobre el precio), f tiene un efecto mayor y b un efecto menor que f .

2. Podemos calcular el output individual que minimiza los costes medios:

$$(2.1) \quad CMe(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{270}{q} + 10 + 5 \cdot q^2$$

de la misma manera que en (1.2). Obtendremos que $q = \sqrt[3]{\frac{270}{2.5}} = \sqrt[3]{27} = 3$ es el output que producirá cada empresa en el equilibrio a largo plazo. El precio de equilibrio a largo será el que corresponde al mínimo coste medio, que se obtiene por simple sustitución de $q=3$ en la función de costes medios (2.1). Así, se obtiene:

$$P = \min CMe = CMe(q=3) = 145$$

Este precio, sustituido en la función de la demanda (2), nos da la cantidad total que se venderá en este mercado:

$$Q = 325 - P = 325 - 145 = 180$$

La división del output total por el output que producirá cada empresa (output individual) nos dará el número de empresas que constituirán esta industria a largo plazo:

$$n^* = Q/q = 180/3 = 60$$

3. i) En términos de los datos sobre la estructura de costes de cada una de las empresas, una *subvención fija* equivale a una *reducción de los costes fijos*. Entonces, la subvención de 190 unidades monetarias equivale a una reducción de $f=270$ a $f'=270-190=80$. La sustitución de f por f' en el resultado obtenido sobre el output individual en (1.2), nos da:

$$q = \sqrt[3]{\frac{80}{2 \cdot 5}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

que, sustituido en la función de costes medios, en la que los costes fijos son ahora f' , nos da el correspondiente $\min CMe = P$:

$$P = CMe(f', q=2) = 70$$

cuya sustitución en la función de la demanda nos da el output total que se venderá en este mercado:

$$Q = 325 - 70 = 255$$

cuya división con el output individual $q=2$ nos dará el número de empresas que constituirán esta industria:

$$n^* = Q/q = 255/2 = 127,5$$

Además, dado que el número de empresas sólo puede ser un número entero, podríamos redondear el número hallado arriba, teniendo en cuenta que un número superior al n^* supone pérdidas netas, mientras un número inferior supone beneficios. Mientras dichas pérdidas a largo plazo causarán la salida de una empresa, los beneficios netos relacionados con la existencia de una fracción de empresa por encima del número de equilibrio a largo plazo, no son suficientes para atraer la entrada de una empresa más. Por eso, el redondeo se hace siempre considerando la *parte entera* del número hallado. En este caso es 127.

ii) De la misma manera que en los apartados anteriores, se sustituye el valor $b=40$ en la fórmula hallada sobre el output individual a largo plazo:

$$q = \sqrt[3]{\frac{80}{2 \cdot 40}} = \sqrt[3]{1} = 1$$

y el output individual en la de los costes medios para encontrar el mínimo coste medio que corresponde al precio de equilibrio a largo plazo:

$$q = \sqrt[3]{\frac{80}{2 \cdot 5}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

que, sustituido en la función de costes medios, en la que los costes fijos son ahora f' , nos da el correspondiente $\min CMe = P$:

$$P = CMe(f', q=2) = 70$$

cuya sustitución en la función de la demanda nos da el output total que se venderá en este mercado:

$$Q = 325 - 70 = 255$$

cuya división con el output individual $q=2$ nos dará el número de empresas que constituirán esta industria:

$$n^* = Q/q = 255/2 = 127,5$$

Además, dado que el número de empresas sólo puede ser un número entero, podríamos redondear el número hallado arriba, teniendo en cuenta que un número superior al n^* supone pérdidas netas, mientras un número inferior supone beneficios. Mientras dichas pérdidas a largo plazo causarán la salida de una empresa, los beneficios netos relacionados con la existencia de una fracción de empresa por encima del número de equilibrio a largo plazo, no son suficientes para atraer la entrada de una empresa más. Por eso, el redondeo se hace siempre considerando la *parte entera* del número hallado. En este caso es 127.

ii) De la misma manera que en los apartados anteriores, se sustituye el valor $b=40$ en la fórmula hallada sobre el output individual a largo plazo:

$$q = \sqrt[3]{\frac{80}{2 \cdot 40}} = \sqrt[3]{1} = 1$$

y el output individual en la de los costes medios para encontrar el mínimo coste medio que corresponde al precio de equilibrio a largo plazo:

$$P=\min CMe=CMe(f',b=40,q=1)=130$$

cuya sustitución en la función de la demanda nos dará el output total que demandará el mercado a este precio:

$$Q=325-130=195$$

cuya división por el output individual, nos dará el número de empresas que habrá en el sector a largo plazo:

$$n^*=Q/q=195/1=195$$

4. Observa que un impuesto por unidad de producto equivale a un aumento del parámetro a de la función de costes. Eso implica que, dado que en la fórmula del output individual no aparece dicho parámetro, el output individual no cambiará tras la imposición de un impuesto por unidad de producto. Sin embargo, el mínimo coste medio es ahora 5 unidades monetarias más (observa que el parámetro a tiene un efecto *fijo* sobre los costes medios (1.1)). Por consiguiente, el precio a largo plazo reflejará en su totalidad el impuesto (subirá de 130 a 135 unidades monetarias), y el output total bajará a: $Q=325-135=190$, cuya división por el output individual nos demuestra que el impuesto tendrá como efecto la salida de *cinco* empresas como se deduce de $n^*=Q/q=190/1=190$.

El aumento de la constante de la función de la demanda tiene un efecto únicamente sobre el output total que se demandará a un determinado precio. Entonces, dado el precio $P=130$ tras la subvención y el efecto del tiempo sobre los rendimientos de la producción, el efecto de la publicidad será que el output aumentará hasta $Q=330-130=200$ y, por consiguiente, habrá *cinco empresas* más en la industria, como indica: $n^*=Q/q=200/1=200$.

Aquí se ilustran gráficamente las situaciones correspondientes a los distintos apartados del ejercicio:

$$P=\min CMe=CMe(f',b=40,q=1)=130$$

cuya sustitución en la función de la demanda nos dará el output total que demandará el mercado a este precio:

$$Q=325-130=195$$

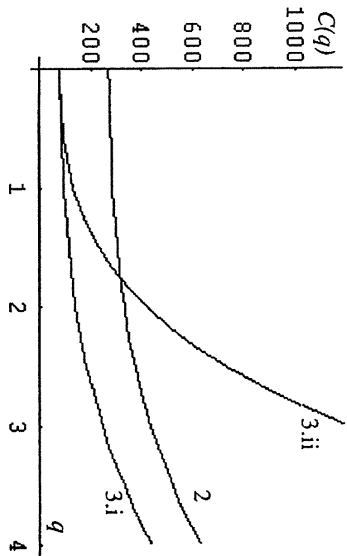
cuya división por el output individual, nos dará el número de empresas que habrá en el sector a largo plazo:

$$n^*=Q/q=195/1=195$$

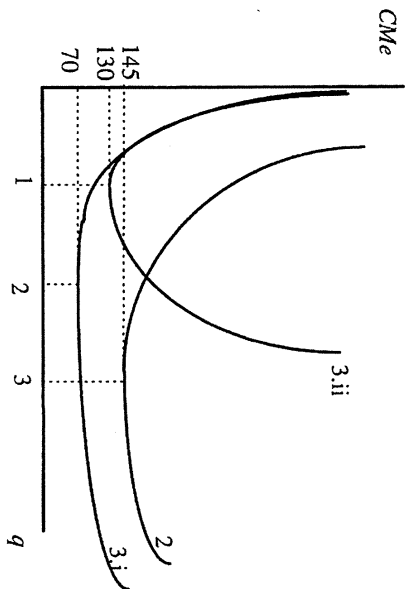
4. Observa que un impuesto por unidad de producto equivale a un aumento del parámetro a de la función de costes. Eso implica que, dado que en la fórmula del output individual no aparece dicho parámetro, el output individual no cambiará tras la imposición de un impuesto por unidad de producto. Sin embargo, el mínimo coste medio es ahora 5 unidades monetarias más (observa que el parámetro a tiene un efecto *fijo* sobre los costes medios (1.1)). Por consiguiente, el precio a largo plazo reflejará en su totalidad el impuesto (subirá de 130 a 135 unidades monetarias), y el output total bajará a: $Q=325-135=190$, cuya división por el output individual nos demuestra que el impuesto tendrá como efecto la salida de *cinco* empresas como se deduce de $n^*=Q/q=190/1=190$.

El aumento de la constante de la función de la demanda tiene un efecto únicamente sobre el output total que se demandará a un determinado precio. Entonces, dado el precio $P=130$ tras la subvención y el efecto del tiempo sobre los rendimientos de la producción, el efecto de la publicidad será que el output aumentará hasta $Q=330-130=200$ y, por consiguiente, habrá *cinco empresas* más en la industria, como indica: $n^*=Q/q=200/1=200$.

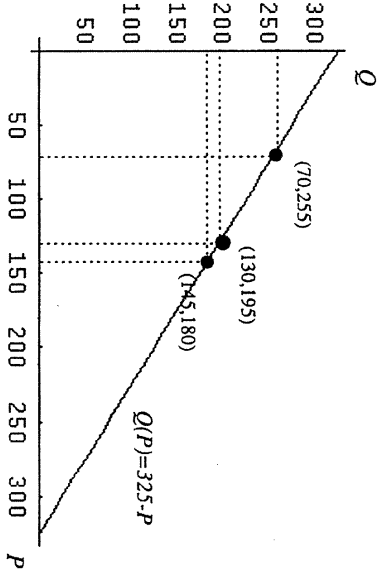
Aquí se ilustran gráficamente las situaciones correspondientes a los distintos apartados del ejercicio:



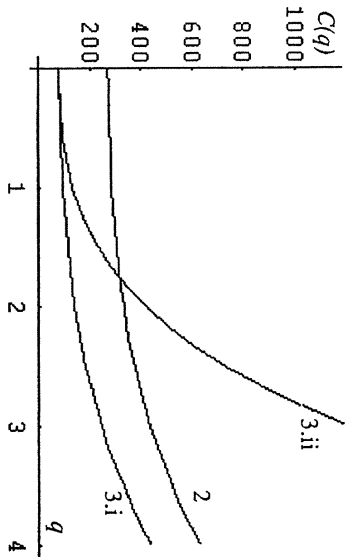
GRÁFICA 1: Las funciones de costes correspondientes a los apartados 2, 3.i) y 3.ii).



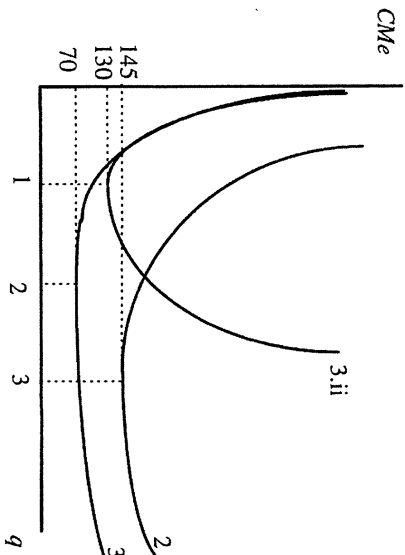
GRÁFICA 2: La función de costes medios: q (output individual) y $P=\min CMe$ (precio de equilibrio a largo plazo).



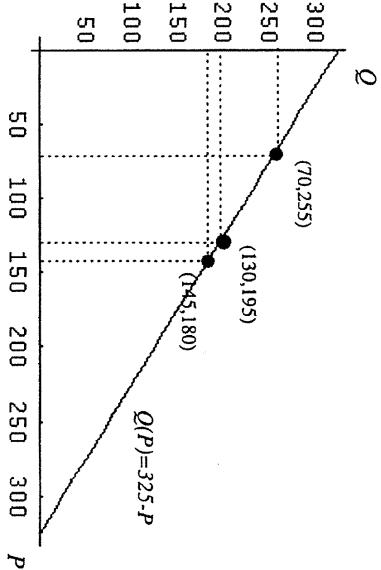
GRÁFICA 3: La función de la demanda y determinación del output total, Q .



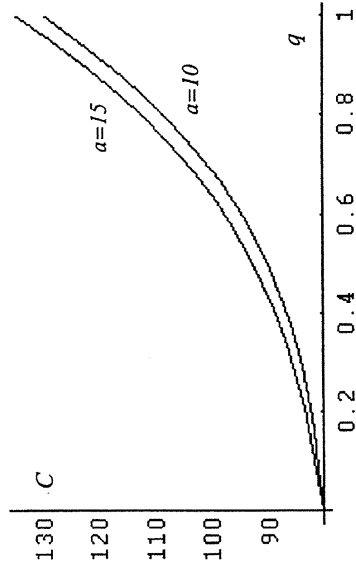
GRÁFICA 1: Las funciones de costes correspondientes a los apartados 2, 3.i) y 3.ii).



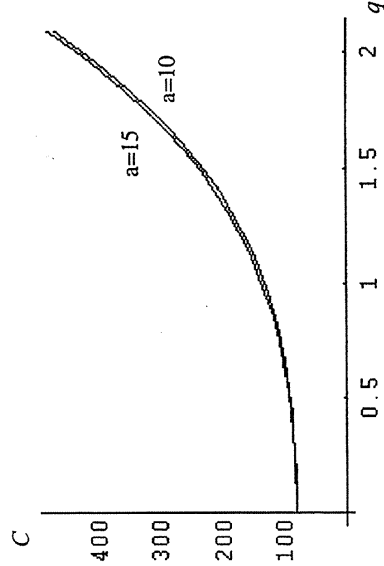
GRÁFICA 2: La función de costes medios: q (output individual) y $P=\min CMe$ (precio de equilibrio a largo plazo).



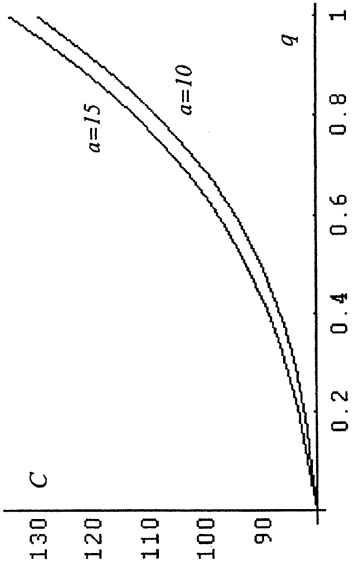
GRÁFICA 3: La función de la demanda y determinación del output total, Q .



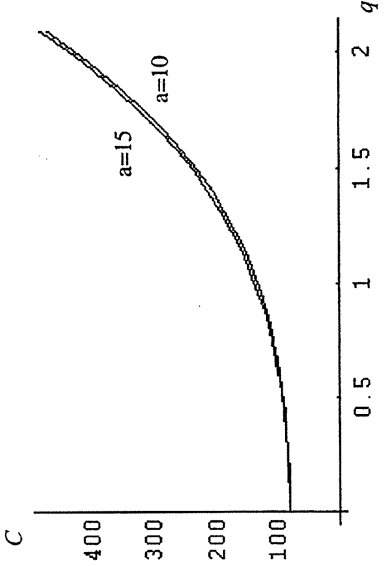
GRÁFICA 4.1: La función de costes para $a=10$ y $a=15$ según las hipótesis de los apartados 3.ii) y 4. (escala para $0 < q < 1$).



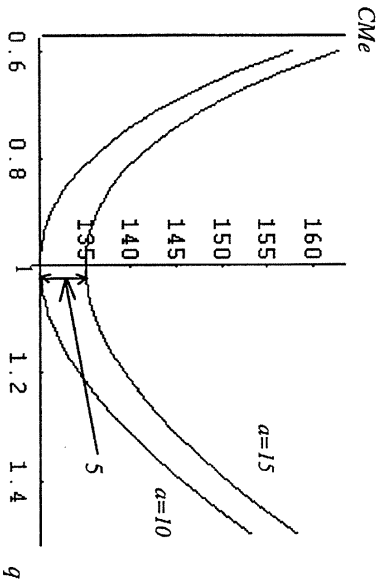
GRÁFICA 4.2: La función de costes para $a=10$ y $a=15$ según las hipótesis de los apartados 3.ii) y 4. (escala para $0 < q < 2$). Se observa que la diferencia entre las dos funciones es menos significativa para escalas mayores de producción (ver gráfica 4.1).



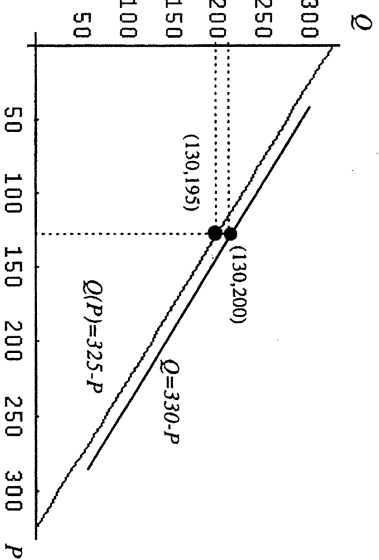
GRÁFICA 4.1: La función de costes para $a=10$ y $a=15$ según las hipótesis de los apartados 3.ii) y 4. (escala para $0 < q < 1$).



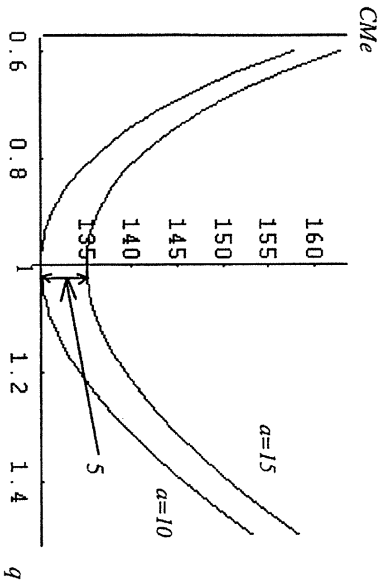
GRÁFICA 4.2: La función de costes para $a=10$ y $a=15$ según las hipótesis de los apartados 3.ii) y 4. (escala para $0 < q < 2$). Se observa que la diferencia entre las dos funciones es menos significativa para escalas mayores de producción (ver gráfica 4.1).



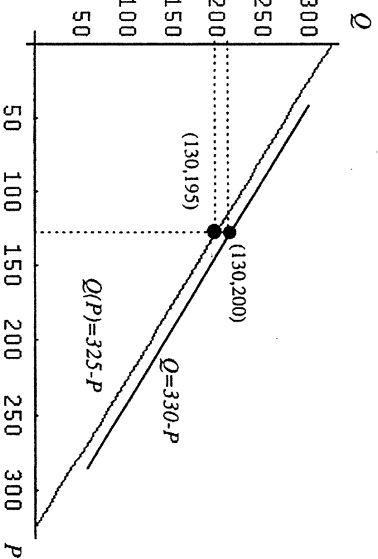
GRÁFICA 5: Desplazamiento vertical de los costes medios tras un impuesto por unidad de producto. Nótese que el mínimo se consigue, en ambos casos, cuando $q=1$. Sin embargo, el mínimo coste medio (precio de equilibrio a largo plazo) cambia de 130 a 135 u.m., diferencia que es igual al impuesto.



GRÁFICA 6: Desplazamiento vertical de la función de demanda. El precio de equilibrio depende sólo de las condiciones de producción (reflejadas en la función de costes medios). Por tanto, el desplazamiento afecta al output total y , como se aprecia en el ejercicio, al número de empresas a largo plazo.



GRÁFICA 5: Desplazamiento vertical de los costes medios tras un impuesto por unidad de producto. Nótese que el mínimo se consigue, en ambos casos, cuando $q=1$. Sin embargo, el mínimo coste medio (precio de equilibrio a largo plazo) cambia de 130 a 135 u.m., diferencia que es igual al impuesto.



GRÁFICA 6: Desplazamiento vertical de la función de demanda. El precio de equilibrio depende sólo de las condiciones de producción (reflejadas en la función de costes medios). Por tanto, el desplazamiento afecta al output total y , como se aprecia en el ejercicio, al número de empresas a largo plazo.

Ejercicio 3:

1. La compañía “TELET” es el monopolista de servicios telefónicos y se enfrenta a un coste total C que es función del número q_1 de llamadas nacionales y q_2 de llamadas internacionales, tal como indica la función:

(1)
$$C(q_1, q_2) = f + a \cdot q_1 + b \cdot q_2$$

cuyos parámetros a, b, f son todos positivos y donde $a < b$. El Estado impone un precio $p = a$ para ambos tipos de llamadas. Calcula los beneficios del monopolista y la cantidad de llamadas de cada tipo si la función de demanda para cada tipo de llamadas es función de su precio como indica el sistema de funciones:

(2)
$$\begin{aligned} q_1 &= A - p_1 \\ q_2 &= B - 2 \cdot p_2 \end{aligned}$$

donde los parámetros A y B son positivos y tales que $A > B, A > a$ y $B > 2b$.

2. El gobierno considera la posibilidad de dejar al monopolista decidir sobre su precio pero obligarle a fijar un único precio para los dos tipos de llamadas. ¿Cuáles serán ahora, tras esta decisión, las cantidades y los precios del apartado anterior? y ¿en qué sería distinta esta decisión (en cuanto a precios y cantidades) si se permitiese al monopolista fijar distintos precios para distintos tipos de llamadas?. Compara los resultados de los apartados 1. y 2.

3. Si
$$\begin{pmatrix} a = 2 \\ b = 9 \\ f = 1 \\ A = 100 \\ B = 72 \end{pmatrix}$$
, determina los beneficios, cantidades demandadas y precios para cada tipo de llamada en cada una de las situaciones de los apartados 1. y 2. ¿Cómo cambiaría la última situación si el monopolista se enfrentara a la restricción de no poder atender a más de 10 llamadas internacionales?.

Ejercicio 3:

1. La compañía “TELET” es el monopolista de servicios telefónicos y se enfrenta a un coste total C que es función del número q_1 de llamadas nacionales y q_2 de llamadas internacionales, tal como indica la función:

(1)
$$C(q_1, q_2) = f + a \cdot q_1 + b \cdot q_2$$

cuyos parámetros a, b, f son todos positivos y donde $a < b$. El Estado impone un precio $p = a$ para ambos tipos de llamadas. Calcula los beneficios del monopolista y la cantidad de llamadas de cada tipo si la función de demanda para cada tipo de llamadas es función de su precio como indica el sistema de funciones:

(2)
$$\begin{aligned} q_1 &= A - p_1 \\ q_2 &= B - 2 \cdot p_2 \end{aligned}$$

donde los parámetros A y B son positivos y tales que $A > B, A > a$ y $B > 2b$.

2. El gobierno considera la posibilidad de dejar al monopolista decidir sobre su precio pero obligarle a fijar un único precio para los dos tipos de llamadas. ¿Cuáles serán ahora, tras esta decisión, las cantidades y los precios del apartado anterior? y ¿en qué sería distinta esta decisión (en cuanto a precios y cantidades) si se permitiese al monopolista fijar distintos precios para distintos tipos de llamadas?. Compara los resultados de los apartados 1. y 2.

3. Si
$$\begin{pmatrix} a = 2 \\ b = 9 \\ f = 1 \\ A = 100 \\ B = 72 \end{pmatrix}$$
, determina los beneficios, cantidades demandadas y precios para cada tipo de llamada en cada una de las situaciones de los apartados 1. y 2. ¿Cómo cambiaría la última situación si el monopolista se enfrentara a la restricción de no poder atender a más de 10 llamadas internacionales?.

¿Cómo cambiaría la misma situación si el Estado subvencionase al monopolista con 1 unidad monetaria por cada llamada nacional?. ¿Qué precios pondrá el monopolista a los dos tipos de llamadas si tiene la restricción de no poder atender a más de 20 o 50 llamadas en total (nacionales + internacionales)?.

Solución:

1. Sustituyendo $p_1=p_2=a$, es fácil calcular el número de unidades demandadas de cada tipo:

(1.1)
$$\begin{aligned} q_1 &= A - p_1 = A - a \\ q_2 &= B - 2 \cdot p_2 = B - 2a \end{aligned}$$

y, así, escribir los beneficios del monopolista:

$$\begin{aligned} \Pi &= I - C = p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2 - f - a \cdot q_1 - b \cdot q_2 = \\ &= a(A - a) + a(B - 2a) - f - a(A - a) - b(B - 2a) = \\ &= \underbrace{(a - b)(B - 2a)}_{a < b \Rightarrow \text{negativo}} - f < 0 \end{aligned}$$

Nota: observa que $(B - 2a) > 0$, puesto que $a < b$ y $B > 2b$.

2. Ahora permitimos al monopolista maximizar su beneficio sujeto a la restricción de poder poner un único precio para ambos tipos de llamadas. Llamemos p a dicho precio. Entonces:

$$\begin{aligned} \max_p \Pi &\Rightarrow \partial \left[p(A - p) + p(B - 2p) - f - a(A - p) - b(B - 2p) \right] / \partial p = 0 \\ &\Rightarrow A - 2p + B - 4p + a + 2b = 0 \Rightarrow p = \frac{A + a}{6} + \frac{B + 2 \cdot b}{6} \end{aligned}$$

cuya sustitución en las funciones de demanda nos proporciona la demanda para cada tipo de llamadas a este precio:

¿Cómo cambiaría la misma situación si el Estado subvencionase al monopolista con 1 unidad monetaria por cada llamada nacional?. ¿Qué precios pondrá el monopolista a los dos tipos de llamadas si tiene la restricción de no poder atender a más de 20 o 50 llamadas en total (nacionales + internacionales)?.

Solución:

1. Sustituyendo $p_1=p_2=a$, es fácil calcular el número de unidades demandadas de cada tipo:

(1.1)
$$\begin{aligned} q_1 &= A - p_1 = A - a \\ q_2 &= B - 2 \cdot p_2 = B - 2a \end{aligned}$$

y, así, escribir los beneficios del monopolista:

$$\begin{aligned} \Pi &= I - C = p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2 - f - a \cdot q_1 - b \cdot q_2 = \\ &= a(A - a) + a(B - 2a) - f - a(A - a) - b(B - 2a) = \\ &= \underbrace{(a - b)(B - 2a)}_{a < b \Rightarrow \text{negativo}} - f < 0 \end{aligned}$$

Nota: observa que $(B - 2a) > 0$, puesto que $a < b$ y $B > 2b$.

2. Ahora permitimos al monopolista maximizar su beneficio sujeto a la restricción de poder poner un único precio para ambos tipos de llamadas. Llamemos p a dicho precio. Entonces:

$$\begin{aligned} \max_p \Pi &\Rightarrow \partial \left[p(A - p) + p(B - 2p) - f - a(A - p) - b(B - 2p) \right] / \partial p = 0 \\ &\Rightarrow A - 2p + B - 4p + a + 2b = 0 \Rightarrow p = \frac{A + a}{6} + \frac{B + 2 \cdot b}{6} \end{aligned}$$

cuya sustitución en las funciones de demanda nos proporciona la demanda para cada tipo de llamadas a este precio:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} q_1 &= \frac{5A-a}{6} - \frac{B+2b}{6} \\ q_2 &= \frac{4(B-b)}{6} - \frac{2(A+a)}{6} \end{aligned}$$

Si el monopolista puede fijar dos precios distintos, $p_1 \neq p_2$, para maximizar su beneficio, el monopolista tendrá que resolver el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \max_{p_1, p_2} \Pi \Rightarrow \\ \partial \left[p_1(A - p_1) + p_2(B - 2p_2) - f - a(A - p_1) - b(B - 2p_2) \right] / \partial p_1 &= 0 \\ \text{y} \\ \partial \left[p_1(A - p_1) + p_2(B - 2p_2) - f - a(A - p_1) - b(B - 2p_2) \right] / \partial p_2 &= 0 \\ \Rightarrow p_1 = \frac{A+a}{2}, p_2 = \frac{B+2 \cdot b}{4} \end{aligned}$$

que corresponde a las demandas:

$$(2.2) \quad \begin{aligned} q_1 &= \frac{A-a}{2} \\ q_2 &= \frac{B-2b}{2} \end{aligned}$$

Comentario:

Comparando el resultado del primer apartado con los del segundo, es fácil comprobar que el monopolista, si tiene la posibilidad, fijará un precio mayor que el que le impone el Estado en el primer apartado. Eso es lógico, dado que el precio impuesto en el primer apartado es igual al coste marginal del tipo de llamada menos costosa y, por tanto, conlleva pérdidas iguales a los costes fijos más la diferencia entre el precio y el coste marginal de la llamada más costosa por las unidades demandadas de este tipo de llamada.

En cuanto a la comparación entre los casos *con* y *sin* discriminación de precios, podemos ver que, en el caso de discriminación, ambos tipos de llamadas tendrán demandas positivas, mientras en el caso sin discriminación, existen valores de los parámetros para los cuales la demanda de uno

$$(2.1) \quad \begin{aligned} q_1 &= \frac{5A-a}{6} - \frac{B+2b}{6} \\ q_2 &= \frac{4(B-b)}{6} - \frac{2(A+a)}{6} \end{aligned}$$

Si el monopolista puede fijar dos precios distintos, $p_1 \neq p_2$, para maximizar su beneficio, el monopolista tendrá que resolver el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \max_{p_1, p_2} \Pi \Rightarrow \\ \partial \left[p_1(A - p_1) + p_2(B - 2p_2) - f - a(A - p_1) - b(B - 2p_2) \right] / \partial p_1 &= 0 \\ \text{y} \\ \partial \left[p_1(A - p_1) + p_2(B - 2p_2) - f - a(A - p_1) - b(B - 2p_2) \right] / \partial p_2 &= 0 \\ \Rightarrow p_1 = \frac{A+a}{2}, p_2 = \frac{B+2 \cdot b}{4} \end{aligned}$$

que corresponde a las demandas:

$$(2.2) \quad \begin{aligned} q_1 &= \frac{A-a}{2} \\ q_2 &= \frac{B-2b}{2} \end{aligned}$$

Comentario:

Comparando el resultado del primer apartado con los del segundo, es fácil comprobar que el monopolista, si tiene la posibilidad, fijará un precio mayor que el que le impone el Estado en el primer apartado. Eso es lógico, dado que el precio impuesto en el primer apartado es igual al coste marginal del tipo de llamada menos costosa y, por tanto, conlleva pérdidas iguales a los costes fijos más la diferencia entre el precio y el coste marginal de la llamada más costosa por las unidades demandadas de este tipo de llamada.

En cuanto a la comparación entre los casos *con* y *sin* discriminación de precios, podemos ver que, en el caso de discriminación, ambos tipos de llamadas tendrán demandas positivas, mientras en el caso sin discriminación, existen valores de los parámetros para los cuales la demanda de uno

u otro tipo de llamada es negativa (en un mundo real hablaríamos de demandas iguales a cero).

De hecho, si $(5A-a) \leq (B+2b)$, la demanda de llamadas nacionales será nula y, si $2(B-b) \leq (A+a)$, la demanda de llamadas internacionales será nula. En otras palabras, sólo si la diferencia entre el máximo precio que está dispuesto a pagar el consumidor para un determinado tipo de llamada y el coste marginal de la llamada es lo suficiente alto en comparación a las mismas magnitudes para el otro tipo de llamada, la demanda para la llamada en cuestión será positiva. En caso contrario, el tipo de llamada resultaría poco rentable y el precio tendría que fijarse tomando en cuenta que habría un único producto a considerar y este sería el producto para el que la demanda sería positiva. En ese caso, entraría en vigor la solución expuesta en (2.2) respecto a uno de los dos tipos de llamada (el de demanda positiva).

3. Consideramos ahora los valores del tercer apartado. Los resultados con el precio impuesto (apartado 1) son:

$$p=2, q_1=98, q_2=68, \Pi=(2\cdot9)(72\cdot4)-I=-477$$

mientras con el precio único elegido por el monopolista (apartado 2) son:

$$p=32, q_1=68, q_2=8, \Pi=68(32-2)+8(32-9)-I=2.223$$

y, con discriminación de precios (apartado 2),

$$p_1=51, p_2=22,5, q_1=49, q_2=27, \Pi=49(51-2)+27(22,5-9)-I=2.764,5$$

Si consideramos ahora que “TELEET” tiene una restricción de capacidad atendiendo llamadas internacionales, el monopolista tiene que maximizar su beneficio sujeto a la restricción de capacidad $q_2 \leq 10$, es decir:

$$\left. \begin{array}{l} \max_{p_1, p_2} \Pi \\ \text{s. a.} \\ q_2 = B - 2 \cdot p_2 \leq 10 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \max_{p_1, p_2} \Pi \\ \text{s. a.} \\ \frac{72-10}{2} = 31 \leq p_2 \end{array} \right.$$

u otro tipo de llamada es negativa (en un mundo real hablaríamos de demandas iguales a cero).

De hecho, si $(5A-a) \leq (B+2b)$, la demanda de llamadas nacionales será nula y, si $2(B-b) \leq (A+a)$, la demanda de llamadas internacionales será nula. En otras palabras, sólo si la diferencia entre el máximo precio que está dispuesto a pagar el consumidor para un determinado tipo de llamada y el coste marginal de la llamada es lo suficiente alto en comparación a las mismas magnitudes para el otro tipo de llamada, la demanda para la llamada en cuestión será positiva. En caso contrario, el tipo de llamada resultaría poco rentable y el precio tendría que fijarse tomando en cuenta que habría un único producto a considerar y este sería el producto para el que la demanda sería positiva. En ese caso, entraría en vigor la solución expuesta en (2.2) respecto a uno de los dos tipos de llamada (el de demanda positiva).

3. Consideramos ahora los valores del tercer apartado. Los resultados con el precio impuesto (apartado 1) son:

$$p=2, q_1=98, q_2=68, \Pi=(2\cdot9)(72\cdot4)-I=-477$$

mientras con el precio único elegido por el monopolista (apartado 2) son:

$$p=32, q_1=68, q_2=8, \Pi=68(32-2)+8(32-9)-I=2.223$$

y, con discriminación de precios (apartado 2),

$$p_1=51, p_2=22,5, q_1=49, q_2=27, \Pi=49(51-2)+27(22,5-9)-I=2.764,5$$

Si consideramos ahora que “TELEET” tiene una restricción de capacidad atendiendo llamadas internacionales, el monopolista tiene que maximizar su beneficio sujeto a la restricción de capacidad $q_2 \leq 10$, es decir:

$$\left. \begin{array}{l} \max_{p_1, p_2} \Pi \\ \text{s. a.} \\ q_2 = B - 2 \cdot p_2 \leq 10 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \max_{p_1, p_2} \Pi \\ \text{s. a.} \\ \frac{72-10}{2} = 31 \leq p_2 \end{array} \right.$$

Vemos que, en el óptimo sin restricción, el precio de la llamada es 22,5 u.m. mientras el que corresponde al caso con restricción es superior. Ello implica que el precio efectivo de este tipo de llamada será el marcado por la imposición de la restricción como igualdad. Entonces, el precio del segundo tipo de llamada será 31. Así que el problema del monopolista se convierte en el siguiente:

$$\begin{aligned} \max_{p_1} \Pi(p_2 = 31) \Rightarrow \\ \frac{\partial(p_1(100 - p_1) + 31(72 - 2 \cdot 31) - 1 - 2 \cdot (100 - p_1) - 9 \cdot (72 - 2 \cdot 31))}{\partial p_1} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 102 - 2p_1 = 0 \Rightarrow p_1 = 51 \end{aligned}$$

que indica que lo único que cambiará la restricción de capacidad es el precio, cantidad y beneficios relacionados con el mercado en el que existe la restricción (*Nota*: si observamos la demanda, vemos que los bienes son independientes).

Por último, es fácil calcular el nuevo óptimo en el mercado de llamadas nacionales, interpretando la subvención como una reducción del coste unitario de dichas llamadas. La solución se obtiene fácilmente por simple sustitución de $a=2$ por $a'=2-1=1$. El precio de la llamada nacional será más bajo (bajará a 50,5) y la demanda de llamadas nacionales subirá (a 49,5). Es interesante observar que sólo la mitad de la subvención acabará beneficiando al consumidor, mientras la otra mitad se convierte en beneficio del monopolista.

Para la última pregunta del tercer apartado, necesitaríamos utilizar el método de optimización con restricciones *SIMPLEX* o introducir la restricción en el problema de maximización de beneficios del monopolista, mediante el uso de un *Lagrangiano*. Sin embargo, podemos observar que el primer tipo de llamada es más rentable (menor coste unitario y demanda más inelástica y con una constante mayor) y, por lo tanto, podemos concluir que el monopolista ofrecerá únicamente este tipo de llamadas y a un precio que hace que la demanda se ajuste a su restricción: $20=100-p_1 \Rightarrow p_1=80$.

Vemos que, en el óptimo sin restricción, el precio de la llamada es 22,5 u.m. mientras el que corresponde al caso con restricción es superior. Ello implica que el precio efectivo de este tipo de llamada será el marcado por la imposición de la restricción como igualdad. Entonces, el precio del segundo tipo de llamada será 31. Así que el problema del monopolista se convierte en el siguiente:

$$\begin{aligned} \max_{p_1} \Pi(p_2 = 31) \Rightarrow \\ \frac{\partial(p_1(100 - p_1) + 31(72 - 2 \cdot 31) - 1 - 2 \cdot (100 - p_1) - 9 \cdot (72 - 2 \cdot 31))}{\partial p_1} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 102 - 2p_1 = 0 \Rightarrow p_1 = 51 \end{aligned}$$

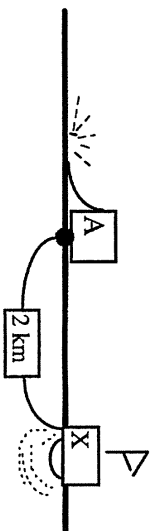
que indica que lo único que cambiará la restricción de capacidad es el precio, cantidad y beneficios relacionados con el mercado en el que existe la restricción (*Nota*: si observamos la demanda, vemos que los bienes son independientes).

Por último, es fácil calcular el nuevo óptimo en el mercado de llamadas nacionales, interpretando la subvención como una reducción del coste unitario de dichas llamadas. La solución se obtiene fácilmente por simple sustitución de $a=2$ por $a'=2-1=1$. El precio de la llamada nacional será más bajo (bajará a 50,5) y la demanda de llamadas nacionales subirá (a 49,5). Es interesante observar que sólo la mitad de la subvención acabará beneficiando al consumidor, mientras la otra mitad se convierte en beneficio del monopolista.

Para la última pregunta del tercer apartado, necesitaríamos utilizar el método de optimización con restricciones *SIMPLEX* o introducir la restricción en el problema de maximización de beneficios del monopolista, mediante el uso de un *Lagrangiano*. Sin embargo, podemos observar que el primer tipo de llamada es más rentable (menor coste unitario y demanda más inelástica y con una constante mayor) y, por lo tanto, podemos concluir que el monopolista ofrecerá únicamente este tipo de llamadas y a un precio que hace que la demanda se ajuste a su restricción: $20=100-p_1 \Rightarrow p_1=80$.

Ejercicio 4:

1. *Aguafesa*, el monopolista de juegos acuáticos en una playa de nuestra Comunitat está localizado en el punto A a una distancia de 2 km desde la localidad X (ver gráfica correspondiente), que es la más apreciada de la playa por la totalidad de los bañistas.



La totalidad de los bañistas -que son 100, dado que la playa no es una de las más pobladas del Mediterráneo- se tumban en el punto X y cada uno de ellos está dispuesto a consumir una vez los servicios de *Aguafesa*, si:

(1)
$$U = R - P_{Aguafesa} - T(XA) \geq 0$$

Donde U es la utilidad neta obtenida de la realización de tal decisión. Esto es, si la suma de la desutilidad producida por el hecho de pagar un precio $P_{Aguafesa}$ y del coste psicológico relacionado con tener que andar una distancia XA bajo el fuerte sol, expresada en términos monetarios como

(2)
$$T(XA) = t \cdot \overline{XA}$$

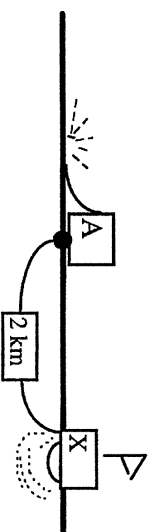
(la pérdida de utilidad por cansancio es función lineal de la distancia a caminar medida en km) no excede la expresión monetaria R (denominada también precio de reserva del consumidor), U mide el placer que genera el uso de los juegos de *Aguafesa*.

- ¿Cuál es el precio que pondrá *Aguafesa*?
- ¿Cuáles serán sus beneficios?
- ¿Cuál será el nivel de utilidad neta de cada bañista y la utilidad disfrutada por la totalidad de los bañistas?.

2. Supongamos que $t=1$ unidades monetarias/unidad de distancia medida en kilómetros, $R=1.000$ unidades monetarias y, además,

Ejercicio 4:

1. *Aguafesa*, el monopolista de juegos acuáticos en una playa de nuestra Comunitat está localizado en el punto A a una distancia de 2 km desde la localidad X (ver gráfica correspondiente), que es la más apreciada de la playa por la totalidad de los bañistas.



La totalidad de los bañistas -que son 100, dado que la playa no es una de las más pobladas del Mediterráneo- se tumban en el punto X y cada uno de ellos está dispuesto a consumir una vez los servicios de *Aguafesa*, si:

(1)
$$U = R - P_{Aguafesa} - T(XA) \geq 0$$

Donde U es la utilidad neta obtenida de la realización de tal decisión. Esto es, si la suma de la desutilidad producida por el hecho de pagar un precio $P_{Aguafesa}$ y del coste psicológico relacionado con tener que andar una distancia XA bajo el fuerte sol, expresada en términos monetarios como

(2)
$$T(XA) = t \cdot \overline{XA}$$

(la pérdida de utilidad por cansancio es función lineal de la distancia a caminar medida en km) no excede la expresión monetaria R (denominada también precio de reserva del consumidor), U mide el placer que genera el uso de los juegos de *Aguafesa*.

- ¿Cuál es el precio que pondrá *Aguafesa*?
- ¿Cuáles serán sus beneficios?
- ¿Cuál será el nivel de utilidad neta de cada bañista y la utilidad disfrutada por la totalidad de los bañistas?.

2. Supongamos que $t=1$ unidades monetarias/unidad de distancia medida en kilómetros, $R=1.000$ unidades monetarias y, además,

- Otros 100 bañistas se añaden al turismo habitual de la playa, y
- La empresa está obligada a fijar *un precio único* para todos sus clientes.

¿Aconsejarías a los nuevos turistas que se tumbasen en un punto Y a 1 km de A , donde el agua está un poco más sucia que el agua del punto X , de tal manera que la disponibilidad de los consumidores a pagar por disfrutar *Aguajoces* se vería reducida de $R=1.000$ unidades monetarias a $r=501$ unidades monetarias?

3. Supongamos que la empresa puede poner precios distintos ($P_x \neq P_y$) para clientes que se bañan en localidades distintas.

¿Mantendrías tu consejo anterior hacia los nuevos bañistas?

4. Los bañistas están uniformemente distribuidos con densidad constante: $d=1$ bañista/metro, sobre una playa muy frecuentada por ser uniformemente bella y apreciada por los bañistas (precio de reserva= R).

¿Cuál es el precio óptimo, el alcance geográfico, la demanda y los beneficios de la empresa?

Solución:

1. Sea Q la cantidad de bañistas-usuarios de *Aguajoces*. Entonces, el beneficio de la empresa es:

$$\Pi_{Aguajoces} = P_{Aguajoces} \cdot Q$$

Observemos que existe un precio P^* por encima del cual los bañistas sufren más desutilidad que placer y ninguno de ellos se apunta a los juegos acuáticos. Este precio es el que iguala la utilidad neta en (1) a *cero*:

$$U = 0 \Leftrightarrow P^* = R - t \cdot 2km = R - 2 \cdot t \text{ unidades monetarias}$$

Entonces, $Q=100$. Dado que bajando el precio no se puede aumentar la demanda, ninguna reducción del precio por debajo de P^* sería rentable. Así que la empresa venderá sus servicios a P^* por bañista, ganando

- Otros 100 bañistas se añaden al turismo habitual de la playa, y
- La empresa está obligada a fijar *un precio único* para todos sus clientes.

¿Aconsejarías a los nuevos turistas que se tumbasen en un punto Y a 1 km de A , donde el agua está un poco más sucia que el agua del punto X , de tal manera que la disponibilidad de los consumidores a pagar por disfrutar *Aguajoces* se vería reducida de $R=1.000$ unidades monetarias a $r=501$ unidades monetarias?

3. Supongamos que la empresa puede poner precios distintos ($P_x \neq P_y$) para clientes que se bañan en localidades distintas.

¿Mantendrías tu consejo anterior hacia los nuevos bañistas?

4. Los bañistas están uniformemente distribuidos con densidad constante: $d=1$ bañista/metro, sobre una playa muy frecuentada por ser uniformemente bella y apreciada por los bañistas (precio de reserva= R).

¿Cuál es el precio óptimo, el alcance geográfico, la demanda y los beneficios de la empresa?

Solución:

1. Sea Q la cantidad de bañistas-usuarios de *Aguajoces*. Entonces, el beneficio de la empresa es:

$$\Pi_{Aguajoces} = P_{Aguajoces} \cdot Q$$

Observemos que existe un precio P^* por encima del cual los bañistas sufren más desutilidad que placer y ninguno de ellos se apunta a los juegos acuáticos. Este precio es el que iguala la utilidad neta en (1) a *cero*:

$$U = 0 \Leftrightarrow P^* = R - t \cdot 2km = R - 2 \cdot t \text{ unidades monetarias}$$

Entonces, $Q=100$. Dado que bajando el precio no se puede aumentar la demanda, ninguna reducción del precio por debajo de P^* sería rentable. Así que la empresa venderá sus servicios a P^* por bañista, ganando

$$\Pi_{Aguajitos} = P_{Aguajitos} \cdot Q = (R - 2 \cdot t) \cdot 100 \text{ unidades monetarias}$$

y dejando a cada uno de los consumidores (y a todos juntos) con *utilidad neta cero* (extracción total de su excedente).

2. La empresa tiene que comparar dos opciones:

- Fijar un precio que le garantiza extraer todo el excedente de los bañistas en el punto X.
- Fijar un precio que le garantiza extraer todo el excedente de los bañistas en el punto Y.

Las dos opciones (siguiendo el razonamiento sencillo del primer apartado) suponen los siguientes precios y correspondientes demandas y beneficios:

$$\begin{aligned} \bullet P_x &= 1000 - 2 = 998u.m. \Rightarrow Q_x = 100 \Rightarrow \Pi_x = 100 \cdot 998 = 99.800u.m. \\ \bullet P_y &= 501 - 1 = 500u.m. \Rightarrow Q_y = 200 \Rightarrow \Pi_y = 200 \cdot 500 = 100.000u.m. \end{aligned}$$

Observamos que la reducción del precio de 998 a 500 *unidades monetarias* no sólo es rentable para la empresa, sino que permite a los consumidores en el punto Y, ser usuarios de los juegos. En caso contrario, no podríamos considerar la opción de los nuevos bañistas de instalarse en Y como algo aconsejable. Sin embargo, los nuevos bañistas, tras el uso de los juegos, se quedan con un excedente *cero*, tal y como pasaría en el supuesto caso de que se instalaran en el punto X. En cambio, los bañistas en el punto X se ven beneficiados de esta entrada de nuevos usuarios en el punto Y, dado que su excedente es ahora positivo: $U=1.000-500-2=498$ *unidades monetarias*. Los beneficios de la empresa son también más altos.

Es obvio que la empresa y los primeros usuarios se ven beneficiados por la entrada de nuevos usuarios en Y, quienes permanecerán indiferentes entre bañarse en Y y bañarse en X (en ambos casos acabarían utilizando los juegos gastando toda su renta disponible, tras consideraciones psicológicas y preferencias sobre el punto de la playa). Así que la empresa y los primeros bañistas deberían tomar medidas que incentiven la instalación de los nuevos

$$\Pi_{Aguajitos} = P_{Aguajitos} \cdot Q = (R - 2 \cdot t) \cdot 100 \text{ unidades monetarias}$$

y dejando a cada uno de los consumidores (y a todos juntos) con *utilidad neta cero* (extracción total de su excedente).

2. La empresa tiene que comparar dos opciones:

- Fijar un precio que le garantiza extraer todo el excedente de los bañistas en el punto X.
- Fijar un precio que le garantiza extraer todo el excedente de los bañistas en el punto Y.

Las dos opciones (siguiendo el razonamiento sencillo del primer apartado) suponen los siguientes precios y correspondientes demandas y beneficios:

$$\begin{aligned} \bullet P_x &= 1000 - 2 = 998u.m. \Rightarrow Q_x = 100 \Rightarrow \Pi_x = 100 \cdot 998 = 99.800u.m. \\ \bullet P_y &= 501 - 1 = 500u.m. \Rightarrow Q_y = 200 \Rightarrow \Pi_y = 200 \cdot 500 = 100.000u.m. \end{aligned}$$

Observamos que la reducción del precio de 998 a 500 *unidades monetarias* no sólo es rentable para la empresa, sino que permite a los consumidores en el punto Y, ser usuarios de los juegos. En caso contrario, no podríamos considerar la opción de los nuevos bañistas de instalarse en Y como algo aconsejable. Sin embargo, los nuevos bañistas, tras el uso de los juegos, se quedan con un excedente *cero*, tal y como pasaría en el supuesto caso de que se instalaran en el punto X. En cambio, los bañistas en el punto X se ven beneficiados de esta entrada de nuevos usuarios en el punto Y, dado que su excedente es ahora positivo: $U=1.000-500-2=498$ *unidades monetarias*. Los beneficios de la empresa son también más altos.

Es obvio que la empresa y los primeros usuarios se ven beneficiados por la entrada de nuevos usuarios en Y, quienes permanecerán indiferentes entre bañarse en Y y bañarse en X (en ambos casos acabarían utilizando los juegos gastando toda su renta disponible, tras consideraciones psicológicas y preferencias sobre el punto de la playa). Así que la empresa y los primeros bañistas deberían tomar medidas que incentiven la instalación de los nuevos

usuarios en Y . O ... quizá, apelar al altruismo (gratuito) de los nuevos bañistas¹.

3. La empresa, discriminando precios, aplicará los dos precios del apartado anterior (no tendrá que elegir) y extraerá todo el excedente de sus clientes:

• $P_x = 1000 - 2 = 998u.m. \Rightarrow Q_x = 100 \Rightarrow \Pi_x = 100 \cdot 998 = 99.800u.m.$
• $P_y = 501 - 1 = 500u.m. \Rightarrow Q_y = 100 \Rightarrow \Pi_y = 100 \cdot 500 = \underline{50.000u.m.}$

Ganando beneficios totales:

$149.800 u.m.$

Aconsejar a los nuevos turistas bañarse en Y (en vez de en X) supondría únicamente una pérdida de beneficios para la empresa, dado que los consumidores, en presencia de precios discriminatorios, se quedarían siempre con un excedente igual a *cero*.

4. El monopolista necesita la expresión de su beneficio en función de su variable de decisión: el precio. Precios inferiores le permiten alcanzar a más bañistas, pero precios superiores suponen un mayor margen de beneficios. Existirá un precio óptimo (P^o) tal que cualquier desviación del mismo, resultará en menores beneficios de los que se obtienen con P^o .

Resumimos el proceso de determinación de P^o en los siguientes pasos:

i) Localidad del “bañista marginal”

Para cada precio P existirán dos localidades X^o (a la derecha de A) e Y^o (a la izquierda de A) sobre la playa, a una distancia x_0 desde A , cuyo correspondiente bañista será el último (el más lejano desde A) que comprará los servicios de A .

¹ El consejo del alumno que resuelve este ejercicio podría ser un factor determinante para la eficiencia del mercado, si propusiera a los nuevos turistas bañarse en Y, \dots “para el bien de todos sin ninguna pérdida de utilidad propia”.

usuarios en Y . O ... quizá, apelar al altruismo (gratuito) de los nuevos bañistas¹.

3. La empresa, discriminando precios, aplicará los dos precios del apartado anterior (no tendrá que elegir) y extraerá todo el excedente de sus clientes:

• $P_x = 1000 - 2 = 998u.m. \Rightarrow Q_x = 100 \Rightarrow \Pi_x = 100 \cdot 998 = 99.800u.m.$
• $P_y = 501 - 1 = 500u.m. \Rightarrow Q_y = 100 \Rightarrow \Pi_y = 100 \cdot 500 = \underline{50.000u.m.}$

Ganando beneficios totales:

$149.800 u.m.$

Aconsejar a los nuevos turistas bañarse en Y (en vez de en X) supondría únicamente una pérdida de beneficios para la empresa, dado que los consumidores, en presencia de precios discriminatorios, se quedarían siempre con un excedente igual a *cero*.

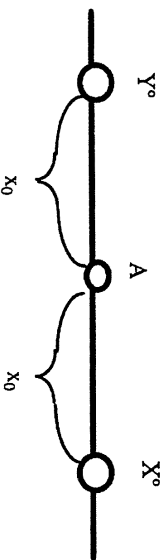
4. El monopolista necesita la expresión de su beneficio en función de su variable de decisión: el precio. Precios inferiores le permiten alcanzar a más bañistas, pero precios superiores suponen un mayor margen de beneficios. Existirá un precio óptimo (P^o) tal que cualquier desviación del mismo, resultará en menores beneficios de los que se obtienen con P^o .

Resumimos el proceso de determinación de P^o en los siguientes pasos:

i) Localidad del “bañista marginal”

Para cada precio P existirán dos localidades X^o (a la derecha de A) e Y^o (a la izquierda de A) sobre la playa, a una distancia x_0 desde A , cuyo correspondiente bañista será el último (el más lejano desde A) que comprará los servicios de A .

¹ El consejo del alumno que resuelve este ejercicio podría ser un factor determinante para la eficiencia del mercado, si propusiera a los nuevos turistas bañarse en Y, \dots “para el bien de todos sin ninguna pérdida de utilidad propia”.



Ello implica:

$$U_{x_0} = U_{y_0} = R - P - t \cdot x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{R - P}{t}$$

ii) Demanda del monopolista

Para cada precio P , podemos escribir Q , la demanda (el número de clientes) de la empresa como la población de bañistas comprendida entre X° y Y° , eso es²:

$$Q = 2 \cdot x_0 \cdot d = 2 \cdot \frac{(R - P)u \cdot m}{t(u \cdot m / km)} \cdot 1000bañistas / km = 2.000 \cdot \frac{R - P}{t}bañistas$$

iii) Beneficios de la empresa como función de su precio

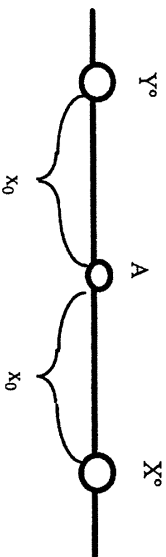
La empresa ingresará:

$$\Pi = P \cdot Q = P \cdot 2000 \cdot \frac{R - P}{t}$$

iv) Maximización de los beneficios

$$\frac{\partial \Pi}{\partial P} = 0 \Rightarrow 2000 \cdot \frac{R}{t} - 4000 \cdot \frac{P}{t} = 0 \Rightarrow P^\circ = \frac{R}{2}$$

Que, para los valores de los parámetros de este ejercicio, implica que:



Ello implica:

$$U_{x_0} = U_{y_0} = R - P - t \cdot x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{R - P}{t}$$

ii) Demanda del monopolista

Para cada precio P , podemos escribir Q , la demanda (el número de clientes) de la empresa como la población de bañistas comprendida entre X° y Y° , eso es²:

$$Q = 2 \cdot x_0 \cdot d = 2 \cdot \frac{(R - P)u \cdot m}{t(u \cdot m / km)} \cdot 1000bañistas / km = 2.000 \cdot \frac{R - P}{t}bañistas$$

iii) Beneficios de la empresa como función de su precio

La empresa ingresará:

$$\Pi = P \cdot Q = P \cdot 2000 \cdot \frac{R - P}{t}$$

iv) Maximización de los beneficios

$$\frac{\partial \Pi}{\partial P} = 0 \Rightarrow 2000 \cdot \frac{R}{t} - 4000 \cdot \frac{P}{t} = 0 \Rightarrow P^\circ = \frac{R}{2}$$

Que, para los valores de los parámetros de este ejercicio, implica que:

² Comprueba las unidades de medida de las magnitudes utilizadas en esta expresión.

² Comprueba las unidades de medida de las magnitudes utilizadas en esta expresión.

$P^o = 500 \text{ u.m.}$
 $Q = 1.000.000 \text{ bañistas (!!!)}$
 $x_0 = 500 \text{ km. (!!!!)}$
 $\Pi = 500.000.000 \text{ u.m. (!)}$

....Quizá *Aquaípes* debería cambiar su nombre por **AQUAVENTURA**..

$P^o = 500 \text{ u.m.}$
 $Q = 1.000.000 \text{ bañistas (!!!)}$
 $x_0 = 500 \text{ km. (!!!!)}$
 $\Pi = 500.000.000 \text{ u.m. (!)}$

....Quizá *Aquaípes* debería cambiar su nombre por **AQUAVENTURA**..

Ejercicio 5:

Considera el mercado de un producto homogéneo. La función de demanda es:

$$Q = a - b \cdot P$$

Los dos únicos productores, 1 y 2, compiten en precios, teniendo costes unitarios (costes de producción lineales y en ausencia de costes fijos \Rightarrow coste marginal constante=coste medio) distintos, respectivamente,

$$c_1, c_2, \text{ donde } c_1 < c_2.$$

Determina el equilibrio de Bertrand de este mercado y comenta.

Ejercicio 5:

Considera el mercado de un producto homogéneo. La función de demanda es:

$$Q = a - b \cdot P$$

Los dos únicos productores, 1 y 2, compiten en precios, teniendo costes unitarios (costes de producción lineales y en ausencia de costes fijos \Rightarrow coste marginal constante=coste medio) distintos, respectivamente,

$$c_1, c_2, \text{ donde } c_1 < c_2.$$

Determina el equilibrio de Bertrand de este mercado y comenta.

Solución:

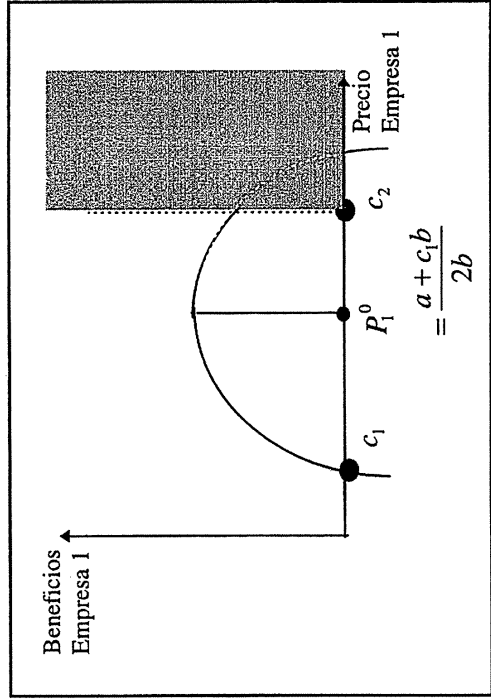
Distinguimos dos casos respecto a la magnitud de la ineficiencia relativa

$\Delta c = c_2 - c_1$ de la segunda empresa:

Caso 1°: Si $\Delta c > \Delta c^*$

Caso 2°: Si $\Delta c \leq \Delta c^*$

Si la diferencia entre los costes unitarios de las dos empresas es suficientemente grande, la empresa más eficiente se podrá comportar como monopolista, sin tener en cuenta la otra empresa. En otras palabras, el precio monopolístico que corresponde a la empresa eficiente, es inferior al coste unitario de la empresa ineficiente. Esta situación está representada en la siguiente gráfica:



CASO 1: Ineficiencia relativa grande.

Si la diferencia entre los costes unitarios de las dos empresas es pequeña, la empresa más eficiente no podrá monopolizar el mercado sin permitir a la empresa menos eficiente competir con ella. Así, se verá obligada a fijar un precio ligeramente inferior al mínimo que puede sostener su rival (su coste

Solución:

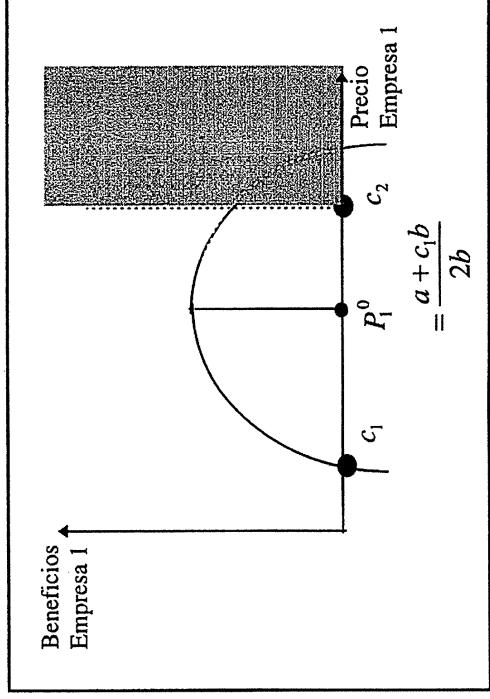
Distinguimos dos casos respecto a la magnitud de la ineficiencia relativa

$\Delta c = c_2 - c_1$ de la segunda empresa:

Caso 1°: Si $\Delta c > \Delta c^*$

Caso 2°: Si $\Delta c \leq \Delta c^*$

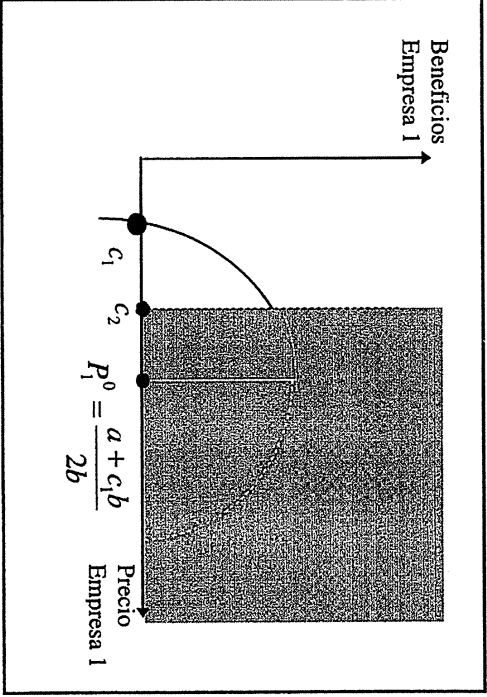
Si la diferencia entre los costes unitarios de las dos empresas es suficientemente grande, la empresa más eficiente se podrá comportar como monopolista, sin tener en cuenta la otra empresa. En otras palabras, el precio monopolístico que corresponde a la empresa eficiente, es inferior al coste unitario de la empresa ineficiente. Esta situación está representada en la siguiente gráfica:



CASO 1: Ineficiencia relativa grande.

Si la diferencia entre los costes unitarios de las dos empresas es pequeña, la empresa más eficiente no podrá monopolizar el mercado sin permitir a la empresa menos eficiente competir con ella. Así, se verá obligada a fijar un precio ligeramente inferior al mínimo que puede sostener su rival (su coste

unitario), maximizando sus beneficios sujeto a la restricción de que la empresa 2 no entre a competir con ella. La siguiente gráfica refleja esta situación:



CASO 2: Ineficiencia relativa pequeña.

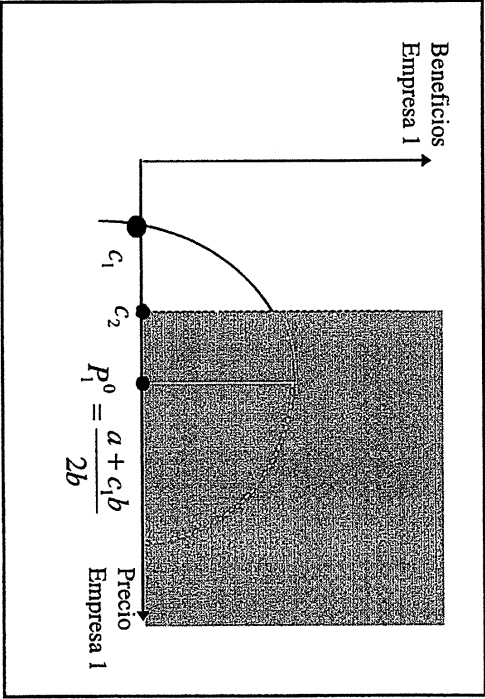
En términos analíticos, es fácil calcular las magnitudes importantes que determinan en cuál de los dos casos estamos:

- El precio óptimo del monopolista en ausencia de presiones competitivas, se puede obtener de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P_1^0 &= \arg \max_P \Pi_1 \Rightarrow \frac{\partial \Pi_1}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial [(a - b \cdot P_1) \cdot (P_1 - c_1)]}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow P_1^0 = \frac{a + c_1 b}{2b} \end{aligned}$$

- La diferencia entre este precio y el coste de la empresa eficiente, marca la máxima ineficiencia relativa para que la presencia de la empresa ineficiente tenga cualquier efecto sobre la política de precios de la empresa eficiente. Así, calculamos:

unitario), maximizando sus beneficios sujeto a la restricción de que la empresa 2 no entre a competir con ella. La siguiente gráfica refleja esta situación:



CASO 2: Ineficiencia relativa pequeña.

En términos analíticos, es fácil calcular las magnitudes importantes que determinan en cuál de los dos casos estamos:

- El precio óptimo del monopolista en ausencia de presiones competitivas, se puede obtener de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P_1^0 &= \arg \max_P \Pi_1 \Rightarrow \frac{\partial \Pi_1}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial [(a - b \cdot P_1) \cdot (P_1 - c_1)]}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow P_1^0 = \frac{a + c_1 b}{2b} \end{aligned}$$

- La diferencia entre este precio y el coste de la empresa eficiente, marca la máxima ineficiencia relativa para que la presencia de la empresa ineficiente tenga cualquier efecto sobre la política de precios de la empresa eficiente. Así, calculamos:

$$(1) \quad \Delta c = \frac{a + c_1 b}{2b} - c_1 = \frac{a}{2b} - \frac{c_1}{2}$$

Podemos describir el equilibrio de Bertrand correspondiente a esta situación del siguiente modo:

$$(2) \quad (P_1^{Bertrand}, P_2^{Bertrand}) = \left(\min \left\{ \frac{a + c_1 b}{2b}, c_2 - \varepsilon \right\}, c_2 \right), \text{ donde } \varepsilon \approx 0, \varepsilon > 0$$

Alternativamente, la estrategia de equilibrio de la empresa más eficiente se puede describir en relación a la ineficiencia relativa límite obtenida en la expresión (1):

$$P_1^{Bertrand} = \begin{cases} c_2 - \varepsilon & \text{si } \Delta c \leq \Delta c^* \\ \frac{a + c_1 b}{2b} & \text{si } \Delta c > \Delta c^* \end{cases}$$

La justificación de este equilibrio es sencilla: mientras los precios de su rival superen el coste unitario más alto, la empresa menos eficiente puede tener la opción de competir en este mercado. En esta zona de precios (zona de color gris en las gráficas), la empresa más eficiente comparte la demanda con su rival (en caso de igualdad de precios) o, incluso, pierde todas sus ventas (en caso de tener el precio más alto). Poniendo un precio inferior a los precios pertenecientes a la zona gris, la empresa eficiente mantiene a su rival fuera del mercado, situación que, como indican las gráficas (observa el máximo no restringido en el Caso 1, y el máximo restringido en el Caso 2), supone el máximo beneficio para la empresa eficiente.

Merece la pena observar que la existencia de una empresa ineficiente dispuesta a entrar en el mercado, supone una presión para la empresa eficiente que, aunque monopolice el mercado, se ve obligada a mantener un precio más bajo que el de un monopolio para no permitir la entrada de su rival potencial (Caso 2). Sin embargo, la existencia de la empresa ineficiente pierde cualquier importancia para el funcionamiento del mercado, si su ineficiencia relativa es lo suficientemente grande como para que la em-

$$(1) \quad \Delta c = \frac{a + c_1 b}{2b} - c_1 = \frac{a}{2b} - \frac{c_1}{2}$$

Podemos describir el equilibrio de Bertrand correspondiente a esta situación del siguiente modo:

$$(2) \quad (P_1^{Bertrand}, P_2^{Bertrand}) = \left(\min \left\{ \frac{a + c_1 b}{2b}, c_2 - \varepsilon \right\}, c_2 \right), \text{ donde } \varepsilon \approx 0, \varepsilon > 0$$

Alternativamente, la estrategia de equilibrio de la empresa más eficiente se puede describir en relación a la ineficiencia relativa límite obtenida en la expresión (1):

$$P_1^{Bertrand} = \begin{cases} c_2 - \varepsilon & \text{si } \Delta c \leq \Delta c^* \\ \frac{a + c_1 b}{2b} & \text{si } \Delta c > \Delta c^* \end{cases}$$

La justificación de este equilibrio es sencilla: mientras los precios de su rival superen el coste unitario más alto, la empresa menos eficiente puede tener la opción de competir en este mercado. En esta zona de precios (zona de color gris en las gráficas), la empresa más eficiente comparte la demanda con su rival (en caso de igualdad de precios) o, incluso, pierde todas sus ventas (en caso de tener el precio más alto). Poniendo un precio inferior a los precios pertenecientes a la zona gris, la empresa eficiente mantiene a su rival fuera del mercado, situación que, como indican las gráficas (observa el máximo no restringido en el Caso 1, y el máximo restringido en el Caso 2), supone el máximo beneficio para la empresa eficiente.

Merece la pena observar que la existencia de una empresa ineficiente dispuesta a entrar en el mercado, supone una presión para la empresa eficiente que, aunque monopolice el mercado, se ve obligada a mantener un precio más bajo que el de un monopolio para no permitir la entrada de su rival potencial (Caso 2). Sin embargo, la existencia de la empresa ineficiente pierde cualquier importancia para el funcionamiento del mercado, si su ineficiencia relativa es lo suficientemente grande como para que la em-

presa eficiente pueda comportarse como un monopolista en ausencia de presiones competitivas (Caso 1).

presa eficiente pueda comportarse como un monopolista en ausencia de presiones competitivas (Caso 1).

Ejercicio 6:

1. Las compañías “TEL” y “LET” son las únicas proveedoras de servicios telefónicos en un país y se enfrentan a un coste total C , que es función del número q de llamadas que atienden, tal y como indica la función:

(1)
$$C_i(q_i) = f + c_i \cdot q_i$$

cuyos parámetros son todos positivos y donde $i \in \{TEL, LET\}$ mientras la diferencia en los costes marginales es debida a las distintas tecnologías que emplean las dos empresas. Las empresas compiten de la manera que corresponde al duopolio de Cournot, decidiendo simultáneamente la capacidad (o la escala q de sus actividades) que van a instalar. Se enfrentan a un mercado cuyas respuestas a las estrategias de las dos empresas vienen recogidas en la siguiente función inversa de la demanda:

(2)
$$p = a - b \cdot q$$

donde

$$q = \sum_{i=1}^2 q_i$$

Si la empresa “LET” es la de mayor coste marginal, ¿Cuánto tiene que superar el coste marginal de ésta última al coste marginal de su rival para que el sector telefónico del país quede monopolizado por la empresa “TEL”? y ¿Cuánto tiene que ser el coste marginal de otra empresa (“ELT”) que tiene la posibilidad de entrar enfrentándose a las mismas condiciones de demanda y otros costes (fijos), para que esta tercera empresa monopolice el sector? .

2. Supongamos que $\begin{pmatrix} f = 9 \\ a = 14 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{pmatrix}$, ¿Cómo cambiaría la situación del apartado

anterior si hubiese un número elevado de empresas dispuestas a entrar en el sector si esperasen beneficios positivos (o, al menos, no negativos) y todas las empresas adoptasen la misma tecnología (con coste marginal c igual al de la tercera empresa)?.

Ejercicio 6:

1. Las compañías “TEL” y “LET” son las únicas proveedoras de servicios telefónicos en un país y se enfrentan a un coste total C , que es función del número q de llamadas que atienden, tal y como indica la función:

(1)
$$C_i(q_i) = f + c_i \cdot q_i$$

cuyos parámetros son todos positivos y donde $i \in \{TEL, LET\}$ mientras la diferencia en los costes marginales es debida a las distintas tecnologías que emplean las dos empresas. Las empresas compiten de la manera que corresponde al duopolio de Cournot, decidiendo simultáneamente la capacidad (o la escala q de sus actividades) que van a instalar. Se enfrentan a un mercado cuyas respuestas a las estrategias de las dos empresas vienen recogidas en la siguiente función inversa de la demanda:

(2)
$$p = a - b \cdot q$$

donde

$$q = \sum_{i=1}^2 q_i$$

Si la empresa “LET” es la de mayor coste marginal, ¿Cuánto tiene que superar el coste marginal de ésta última al coste marginal de su rival para que el sector telefónico del país quede monopolizado por la empresa “TEL”? y ¿Cuánto tiene que ser el coste marginal de otra empresa (“ELT”) que tiene la posibilidad de entrar enfrentándose a las mismas condiciones de demanda y otros costes (fijos), para que esta tercera empresa monopolice el sector? .

2. Supongamos que $\begin{pmatrix} f = 9 \\ a = 14 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{pmatrix}$, ¿Cómo cambiaría la situación del apartado

anterior si hubiese un número elevado de empresas dispuestas a entrar en el sector si esperasen beneficios positivos (o, al menos, no negativos) y todas las empresas adoptasen la misma tecnología (con coste marginal c igual al de la tercera empresa)?.

Solución:

1. Escribimos las funciones de beneficio de cada una de las empresas Y, resolviendo simultáneamente las condiciones de primer orden de maximización de beneficio de cada una de ellas, determinamos el equilibrio de Cournot entre las dos empresas:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Pi_{TEL}}{\partial q_{TEL}} = 0 \\ \frac{\partial \Pi_{LET}}{\partial q_{LET}} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} q_{TEL} = \frac{a - c_{TEL}}{2b} - \frac{q_{LET}}{2} \\ q_{LET} = \frac{a - c_{LET}}{2b} - \frac{q_{TEL}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} q_{Cournot\ TEL} = \frac{a - 2c_{TEL} + c_{LET}}{3b} \\ q_{Cournot\ LET} = \frac{a - 2c_{LET} + c_{TEL}}{3b} \end{array} \right\}$$

FUNCIÓNES
DE
REACCIÓN

cuya sustitución en las correspondientes funciones de beneficio nos da:

$$\begin{aligned} \Pi_{TEL}^{Cournot} &= \frac{(a - 2c_{TEL} + c_{LET})^2}{9b} - f \\ \text{Y} \\ \Pi_{LET}^{Cournot} &= \frac{(a - 2c_{LET} + c_{TEL})^2}{9b} - f \end{aligned} \quad (1.1)$$

que nos indica que existe un nivel de diferencia entre los costes marginales de las dos empresas que hace los beneficios de “LET” negativos Y, por consiguiente, le obliga a salir del sector y dejar a su rival como monopolista. Dicha diferencia será cualquiera mayor que la que se obtiene de la igualdad a cero de los beneficios de la empresa “LET” con el cero.

Esto es:

$$\begin{aligned} \Pi_{LET}^{Cournot} &= \frac{(a - 2c_{LET} + c_{TEL})^2}{9b} = f \Rightarrow (a - c_{LET} - [c_{LET} - c_{TEL}])^2 = 9bf \Rightarrow \\ a - c_{LET} - [c_{LET} - c_{TEL}] &= 3\sqrt{bf} \Rightarrow \\ \Delta c = [c_{LET} - c_{TEL}] &= a - 3\sqrt{bf} - c_{LET} \end{aligned}$$

donde Δc denota la diferencia entre los costes marginales de las dos empresas. Observamos que, cuanto mayor es el coste fijo y el coste marginal de la empresa con mayor coste marginal, menor tiene que ser la

Solución:

1. Escribimos las funciones de beneficio de cada una de las empresas Y, resolviendo simultáneamente las condiciones de primer orden de maximización de beneficio de cada una de ellas, determinamos el equilibrio de Cournot entre las dos empresas:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Pi_{TEL}}{\partial q_{TEL}} = 0 \\ \frac{\partial \Pi_{LET}}{\partial q_{LET}} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} q_{TEL} = \frac{a - c_{TEL}}{2b} - \frac{q_{LET}}{2} \\ q_{LET} = \frac{a - c_{LET}}{2b} - \frac{q_{TEL}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} q_{Cournot\ TEL} = \frac{a - 2c_{TEL} + c_{LET}}{3b} \\ q_{Cournot\ LET} = \frac{a - 2c_{LET} + c_{TEL}}{3b} \end{array} \right\}$$

FUNCIÓNES
DE
REACCIÓN

cuya sustitución en las correspondientes funciones de beneficio nos da:

$$\begin{aligned} \Pi_{TEL}^{Cournot} &= \frac{(a - 2c_{TEL} + c_{LET})^2}{9b} - f \\ \text{Y} \\ \Pi_{LET}^{Cournot} &= \frac{(a - 2c_{LET} + c_{TEL})^2}{9b} - f \end{aligned} \quad (1.1)$$

que nos indica que existe un nivel de diferencia entre los costes marginales de las dos empresas que hace los beneficios de “LET” negativos Y, por consiguiente, le obliga a salir del sector y dejar a su rival como monopolista. Dicha diferencia será cualquiera mayor que la que se obtiene de la igualdad a cero de los beneficios de la empresa “LET” con el cero.

Esto es:

$$\begin{aligned} \Pi_{LET}^{Cournot} &= \frac{(a - 2c_{LET} + c_{TEL})^2}{9b} = f \Rightarrow (a - c_{LET} - [c_{LET} - c_{TEL}])^2 = 9bf \Rightarrow \\ a - c_{LET} - [c_{LET} - c_{TEL}] &= 3\sqrt{bf} \Rightarrow \\ \Delta c = [c_{LET} - c_{TEL}] &= a - 3\sqrt{bf} - c_{LET} \end{aligned}$$

donde Δc denota la diferencia entre los costes marginales de las dos empresas. Observamos que, cuanto mayor es el coste fijo y el coste marginal de la empresa con mayor coste marginal, menor tiene que ser la

diferencia entre los costes marginales de la “*LET*” y los de su rival para que el sector se quede monopolizado por la empresa con menores costes marginales. Además, el tamaño del mercado (medido por el parámetro a) tiene un efecto positivo sobre la posibilidad de supervivencia de la empresa menos eficiente (para mayores valores de a las condiciones de monopolización del sector se hacen más estrictas).

De manera idéntica, podemos calcular los beneficios de la “*TEL*” en un supuesto triopolio, tras la entrada de la “*ELT*”, teniendo en cuenta que si estos beneficios son cero, los beneficios de la empresa “*LET*”, que tiene costes marginales superiores, también lo serán y, así, el nuevo entrante sería la única empresa que monopolizaría el sector:

$$\Pi_{TEL}^{Cournot} = \frac{(a - 3c_{TEL} + c_{LET} + c_{ELT})^2}{16b} - f = 0 \Rightarrow a - 3c_{TEL} + c_{LET} + c_{ELT} = \sqrt{16bf} \Rightarrow$$

$$c_{ELT} = 3c_{TEL} - c_{LET} + 4\sqrt{bf} - a$$

que nos indica que cuanto mayores son los costes fijos, mayor el coste de su rival (“*TEL*”), y menor el tamaño del mercado, mayor es el coste de la empresa “*ELT*” que marca el nivel suficientemente bajo para que la empresa “*TEL*” tenga que salir del sector (que implica que la “*LET*” también tendrá que salir), dejando a la empresa “*ELT*” como monopolista.

2. Si todas las empresas adoptan la misma tecnología, que implica igualdad de costes marginales, podemos calcular el número de empresas contenidas en el equilibrio a largo plazo, aplicando la condición de beneficios cero:

$$\Pi_i^{Cournot} = \frac{(a - c)^2}{(n + 1)^2 b} - f = 0 \Rightarrow \frac{(a - c)^2}{(n + 1)^2} = bf \Rightarrow \frac{a - c}{n + 1} = \sqrt{bf} \Rightarrow \frac{a - c}{\sqrt{bf}} - 1 = n$$

cuya aplicación en el caso de los parámetros del segundo apartado, nos da: $(12/3) - 1 = 4 - 1 = 3 = n$ que es el número de empresas que habrá en este sector a largo plazo si todas las empresas adoptan la misma tecnología según los supuestos del ejercicio. Además, podríamos determinar el output individual que corresponde a esta situación (que es $q_i = 3$), el output total ($q = 3 \cdot 3 = 9$),

diferencia entre los costes marginales de la “*LET*” y los de su rival para que el sector se quede monopolizado por la empresa con menores costes marginales. Además, el tamaño del mercado (medido por el parámetro a) tiene un efecto positivo sobre la posibilidad de supervivencia de la empresa menos eficiente (para mayores valores de a las condiciones de monopolización del sector se hacen más estrictas).

De manera idéntica, podemos calcular los beneficios de la “*TEL*” en un supuesto triopolio, tras la entrada de la “*ELT*”, teniendo en cuenta que si estos beneficios son cero, los beneficios de la empresa “*LET*”, que tiene costes marginales superiores, también lo serán y, así, el nuevo entrante sería la única empresa que monopolizaría el sector:

$$\Pi_{TEL}^{Cournot} = \frac{(a - 3c_{TEL} + c_{LET} + c_{ELT})^2}{16b} - f = 0 \Rightarrow a - 3c_{TEL} + c_{LET} + c_{ELT} = \sqrt{16bf} \Rightarrow$$

$$c_{ELT} = 3c_{TEL} - c_{LET} + 4\sqrt{bf} - a$$

que nos indica que cuanto mayores son los costes fijos, mayor el coste de su rival (“*TEL*”), y menor el tamaño del mercado, mayor es el coste de la empresa “*ELT*” que marca el nivel suficientemente bajo para que la empresa “*TEL*” tenga que salir del sector (que implica que la “*LET*” también tendrá que salir), dejando a la empresa “*ELT*” como monopolista.

2. Si todas las empresas adoptan la misma tecnología, que implica igualdad de costes marginales, podemos calcular el número de empresas contenidas en el equilibrio a largo plazo, aplicando la condición de beneficios cero:

$$\Pi_i^{Cournot} = \frac{(a - c)^2}{(n + 1)^2 b} - f = 0 \Rightarrow \frac{(a - c)^2}{(n + 1)^2} = bf \Rightarrow \frac{a - c}{n + 1} = \sqrt{bf} \Rightarrow \frac{a - c}{\sqrt{bf}} - 1 = n$$

cuya aplicación en el caso de los parámetros del segundo apartado, nos da: $(12/3) - 1 = 4 - 1 = 3 = n$ que es el número de empresas que habrá en este sector a largo plazo si todas las empresas adoptan la misma tecnología según los supuestos del ejercicio. Además, podríamos determinar el output individual que corresponde a esta situación (que es $q_i = 3$), el output total ($q = 3 \cdot 3 = 9$),

el precio ($p = 14.9 = 5$), mientras los beneficios, por definición del largo plazo, son cero.

el precio ($p = 14.9 = 5$), mientras los beneficios, por definición del largo plazo, son cero.

Ejercicio 7:

1. Considera un bien diferenciado cuyo sistema de funciones inversas de la demanda viene dado por:

(1)

$$\begin{aligned} p_1 &= 850 - 2 \cdot q_1 - q_2 \\ p_2 &= 850 - 2 \cdot q_2 - q_1 \end{aligned}$$

y cuya producción por parte de las dos únicas empresas, 1 y 2, en el sector, implica unos costes C que son función del output q como indica la función:

(2)

$$C_i(q_i) = 10 \cdot q_i$$

Calcula los precios, cantidades y beneficios que corresponden al equilibrio Bertrand-Nash y aquellos correspondientes al equilibrio Nash-Cournot. ¿Qué sucederá si las empresas conocen estos resultados antes de elegir si compiten en cantidades o en precios y, en base a estos resultados, deciden cuál será su variable estratégica?. ¿Cómo cambiaría esta situación si las empresas formasen un cártel y decidiesen conjuntamente sobre su variable estratégica?.

2. Si la empresa 1 tiene la posibilidad de actuar como *líder* en cantidades (instalando primero su capacidad productiva), ¿cuánto estaría dispuesta a pagar la empresa 2 a la 1 para firmar un contrato que comprometa a las dos empresas a actuar a *la Cournot* (instalando sus capacidades productivas simultáneamente)?. ¿Aceptaría esta oferta de la 2 la empresa 1?.

3. ¿Cuánto estaría dispuesta a pagar la empresa 2 a la 1 para cambiar su papel de seguidor por el de líder (pasando la 1 a ser seguidor)?. ¿Aceptaría dicha oferta la empresa 1?.

Ejercicio 7:

1. Considera un bien diferenciado cuyo sistema de funciones inversas de la demanda viene dado por:

(1)

$$\begin{aligned} p_1 &= 850 - 2 \cdot q_1 - q_2 \\ p_2 &= 850 - 2 \cdot q_2 - q_1 \end{aligned}$$

y cuya producción por parte de las dos únicas empresas, 1 y 2, en el sector, implica unos costes C que son función del output q como indica la función:

(2)

$$C_i(q_i) = 10 \cdot q_i$$

Calcula los precios, cantidades y beneficios que corresponden al equilibrio Bertrand-Nash y aquellos correspondientes al equilibrio Nash-Cournot. ¿Qué sucederá si las empresas conocen estos resultados antes de elegir si compiten en cantidades o en precios y, en base a estos resultados, deciden cuál será su variable estratégica?. ¿Cómo cambiaría esta situación si las empresas formasen un cártel y decidiesen conjuntamente sobre su variable estratégica?.

2. Si la empresa 1 tiene la posibilidad de actuar como *líder* en cantidades (instalando primero su capacidad productiva), ¿cuánto estaría dispuesta a pagar la empresa 2 a la 1 para firmar un contrato que comprometa a las dos empresas a actuar a *la Cournot* (instalando sus capacidades productivas simultáneamente)?. ¿Aceptaría esta oferta de la 2 la empresa 1?.

3. ¿Cuánto estaría dispuesta a pagar la empresa 2 a la 1 para cambiar su papel de seguidor por el de líder (pasando la 1 a ser seguidor)?. ¿Aceptaría dicha oferta la empresa 1?.

Solución:

1.

$$\begin{aligned}
 p_1^{Bertrand} = p_2^{Bertrand} = 290 &\Rightarrow q_1^{Bertrand} = q_2^{Bertrand} = 186,6 \\
 &\Rightarrow \Pi_1^{Bertrand} = \Pi_2^{Bertrand} = 52.266,6 \\
 q_1^{Cournot} = q_2^{Cournot} = 168 &\Rightarrow p_1^{Cournot} = p_2^{Cournot} = 346 \\
 &\Rightarrow \Pi_1^{Cournot} = \Pi_2^{Cournot} = 56.448
 \end{aligned}$$

Las empresas acabarán compitiendo en cantidades.

$$\begin{aligned}
 p_1^{Colusivo} = p_2^{Colusivo} = 430 &\Rightarrow q_1^{Colusivo} = q_2^{Colusivo} = 140 \\
 &\Rightarrow \Pi_1^{Colusivo} = \Pi_2^{Colusivo} = 58.800
 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
 q_1^{Lider} = 180, q_2^{Seguidor} = 165 &\Rightarrow p_1^{Lider} = 325, p_2^{Seguidor} = 340 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \Pi_1^{Lider} = 56.700, \Pi_2^{Seguidor} = 54.450
 \end{aligned}$$

La 2 pagaría 1.998 u.m. (56.448-54.450) a la 1 para volver a competir à la Cournot y la 1 aceptaría (de hecho aceptaría a partir de 252 u.m. (56.700-56.448)).

3. La 2, para ser líder en lugar de seguidor, estaría dispuesta a pagar a la empresa 1 un total de 2.250 u.m. (56.700-54.450). Por su parte, la empresa 1, que pasaría a ser seguidora, quedaría indiferente ante la oferta de la 2, puesto que estaría dispuesta a aceptar la oferta a partir de un mínimo de 2.250 u.m..

Solución:

1.

$$\begin{aligned}
 p_1^{Bertrand} = p_2^{Bertrand} = 290 &\Rightarrow q_1^{Bertrand} = q_2^{Bertrand} = 186,6 \\
 &\Rightarrow \Pi_1^{Bertrand} = \Pi_2^{Bertrand} = 52.266,6 \\
 q_1^{Cournot} = q_2^{Cournot} = 168 &\Rightarrow p_1^{Cournot} = p_2^{Cournot} = 346 \\
 &\Rightarrow \Pi_1^{Cournot} = \Pi_2^{Cournot} = 56.448
 \end{aligned}$$

Las empresas acabarán compitiendo en cantidades.

$$\begin{aligned}
 p_1^{Colusivo} = p_2^{Colusivo} = 430 &\Rightarrow q_1^{Colusivo} = q_2^{Colusivo} = 140 \\
 &\Rightarrow \Pi_1^{Colusivo} = \Pi_2^{Colusivo} = 58.800
 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
 q_1^{Lider} = 180, q_2^{Seguidor} = 165 &\Rightarrow p_1^{Lider} = 325, p_2^{Seguidor} = 340 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \Pi_1^{Lider} = 56.700, \Pi_2^{Seguidor} = 54.450
 \end{aligned}$$

La 2 pagaría 1.998 u.m. (56.448-54.450) a la 1 para volver a competir à la Cournot y la 1 aceptaría (de hecho aceptaría a partir de 252 u.m. (56.700-56.448)).

3. La 2, para ser líder en lugar de seguidor, estaría dispuesta a pagar a la empresa 1 un total de 2.250 u.m. (56.700-54.450). Por su parte, la empresa 1, que pasaría a ser seguidora, quedaría indiferente ante la oferta de la 2, puesto que estaría dispuesta a aceptar la oferta a partir de un mínimo de 2.250 u.m..

Ejercicio 8:

Considera un mercado de un producto diferenciado cuyas dos variedades, 1 y 2, se venden por dos empresas que se enfrentan al sistema de funciones de demanda:

$$Q_1 = 1 - P_1 + g \cdot P_2$$

y

$$Q_2 = 1 - P_2 + g \cdot P_1$$

con $0 < g < 0,73^1$ y donde $Q_i, P_i, i \in \{1,2\}$ son, respectivamente, las cantidades demandadas y los precios -netos de un coste marginal constante- fijados por las empresas. Demuestra las siguientes proposiciones:

Proposición 1: *La estrategia de “hacer trampas” es una estrategia dominante para cada una de las dos empresas cuando ambas pactan un comportamiento cooperativo en la fijación de sus precios.*

Proposición 2: *Ser líder en precios supone una desventaja.*

¹ El parámetro g tiene que satisfacer esta condición para que los resultados obtenidos tengan sentido económico: beneficios, cantidades y precios positivos.

Ejercicio 8:

Considera un mercado de un producto diferenciado cuyas dos variedades, 1 y 2, se venden por dos empresas que se enfrentan al sistema de funciones de demanda:

$$Q_1 = 1 - P_1 + g \cdot P_2$$

y

$$Q_2 = 1 - P_2 + g \cdot P_1$$

con $0 < g < 0,73^1$ y donde $Q_i, P_i, i \in \{1,2\}$ son, respectivamente, las cantidades demandadas y los precios -netos de un coste marginal constante- fijados por las empresas. Demuestra las siguientes proposiciones:

Proposición 1: *La estrategia de “hacer trampas” es una estrategia dominante para cada una de las dos empresas cuando ambas pactan un comportamiento cooperativo en la fijación de sus precios.*

Proposición 2: *Ser líder en precios supone una desventaja.*

¹ El parámetro g tiene que satisfacer esta condición para que los resultados obtenidos tengan sentido económico: beneficios, cantidades y precios positivos.

Solución:

Necesitamos obtener las soluciones en cada una de las siguientes situaciones:

Competencia en precios (Equilibrio Bertrand-Nash):

Las empresas escriben sus beneficios respecto a los precios, obtienen las funciones de reacción a partir de las condiciones de primer orden y, de la solución del sistema de las funciones de reacción, obtienen los precios de equilibrio.

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= (1 - P_1 + gP_2) \cdot P_1 \\ \Pi_2 &= (1 - P_2 + gP_1) \cdot P_2 \end{aligned} \quad \frac{\partial \Pi_1}{\partial P_1} = 0 \quad P_1 = \frac{1 + gP_2}{2} \Rightarrow P_1^{Bertrand} = P_2^{Bertrand} = \frac{1}{2 - g}$$

CONDICIONES DE PRIMER ORDEN

FUNCIONES DE REACCION

Cooperación en precios (Equilibrio Colusivo):

Las empresas siguen un proceso parecido, pero actuando por un objetivo común, maximizan el beneficio conjunto:

$$\Pi = [(1 - P_1 + gP_2) \cdot P_1 + (1 - P_2 + gP_1) \cdot P_2] \Rightarrow \frac{\partial \Pi}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow P_1 = \frac{1 + 2gP_2}{2}, P_2 = \frac{1 + 2gP_1}{2} \Rightarrow P_1^{Col.} = P_2^{Col.} = \frac{1}{2(1 - g)}$$

CONDICIONES DE PRIMER ORDEN

Empresa 1: Desviación unilateral del precio pactado (Empresa 1: “Trampas”):

La empresa 1 calcula su mejor precio para diseñar su desviación óptima del acuerdo colusivo, mientras la otra empresa (2) respeta el acuerdo.

Solución:

Necesitamos obtener las soluciones en cada una de las siguientes situaciones:

Competencia en precios (Equilibrio Bertrand-Nash):

Las empresas escriben sus beneficios respecto a los precios, obtienen las funciones de reacción a partir de las condiciones de primer orden y, de la solución del sistema de las funciones de reacción, obtienen los precios de equilibrio.

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= (1 - P_1 + gP_2) \cdot P_1 \\ \Pi_2 &= (1 - P_2 + gP_1) \cdot P_2 \end{aligned} \quad \frac{\partial \Pi_1}{\partial P_1} = 0 \quad P_1 = \frac{1 + gP_2}{2} \Rightarrow P_1^{Bertrand} = P_2^{Bertrand} = \frac{1}{2 - g}$$

CONDICIONES DE PRIMER ORDEN

FUNCIONES DE REACCION

Cooperación en precios (Equilibrio Colusivo):

Las empresas siguen un proceso parecido, pero actuando por un objetivo común, maximizan el beneficio conjunto:

$$\Pi = [(1 - P_1 + gP_2) \cdot P_1 + (1 - P_2 + gP_1) \cdot P_2] \Rightarrow \frac{\partial \Pi}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow P_1 = \frac{1 + 2gP_2}{2}, P_2 = \frac{1 + 2gP_1}{2} \Rightarrow P_1^{Col.} = P_2^{Col.} = \frac{1}{2(1 - g)}$$

CONDICIONES DE PRIMER ORDEN

Empresa 1: Desviación unilateral del precio pactado (Empresa 1: “Trampas”):

La empresa 1 calcula su mejor precio para diseñar su desviación óptima del acuerdo colusivo, mientras la otra empresa (2) respeta el acuerdo.

$$P_2^{RESPETAR} = \frac{1}{2(1-g)} \Rightarrow \Pi_1 = (1 - P_1 + gP_2) \cdot P_1 = \left(1 - P_1 + g \cdot \underbrace{\frac{1}{2(1-g)}}_{P_2^{RESPETAR}} \right) \cdot P_1 \Rightarrow$$
$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow P_1^{TRAMPAS} = \frac{2-g}{4(1-g)}$$

La estructura de los pagos en el juego “Respetar-No respetar”:

Las empresas implicadas en el acuerdo sobre fijación de precios en común están ante la decisión de **Respetar** o **No respetar** el acuerdo. Para demostrar la primera proposición, construimos la matriz de pagos que corresponde al juego que acabamos de mencionar, sustituyendo los precios obtenidos en cada una de las tres soluciones (Bertrand, colusión y “trampas”) en las funciones de beneficios de las empresas:

Empresa 2

	R	N
R	$\left(\frac{1}{4 \cdot (1-g)}, \frac{1}{4 \cdot (1-g)} \right)$	$\left(\frac{2-2g-g^2}{8 \cdot (1-g)^2}, \frac{(2-g)^2}{16 \cdot (1-g)^2} \right)$
N	$\left(\frac{(2-g)^2}{16 \cdot (1-g)^2}, \frac{2-2g-g^2}{8 \cdot (1-g)^2} \right)$	$\left(\frac{1}{(2-g)^2}, \frac{1}{(2-g)^2} \right)$

E m p r e s a 1

$$P_2^{RESPETAR} = \frac{1}{2(1-g)} \Rightarrow \Pi_1 = (1 - P_1 + gP_2) \cdot P_1 = \left(1 - P_1 + g \cdot \underbrace{\frac{1}{2(1-g)}}_{P_2^{RESPETAR}} \right) \cdot P_1 \Rightarrow$$
$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow P_1^{TRAMPAS} = \frac{2-g}{4(1-g)}$$

La estructura de los pagos en el juego “Respetar-No respetar”:

Las empresas implicadas en el acuerdo sobre fijación de precios en común están ante la decisión de **Respetar** o **No respetar** el acuerdo. Para demostrar la primera proposición, construimos la matriz de pagos que corresponde al juego que acabamos de mencionar, sustituyendo los precios obtenidos en cada una de las tres soluciones (Bertrand, colusión y “trampas”) en las funciones de beneficios de las empresas:

Empresa 2

	R	N
R	$\left(\frac{1}{4 \cdot (1-g)}, \frac{1}{4 \cdot (1-g)} \right)$	$\left(\frac{2-2g-g^2}{8 \cdot (1-g)^2}, \frac{(2-g)^2}{16 \cdot (1-g)^2} \right)$
N	$\left(\frac{(2-g)^2}{16 \cdot (1-g)^2}, \frac{2-2g-g^2}{8 \cdot (1-g)^2} \right)$	$\left(\frac{1}{(2-g)^2}, \frac{1}{(2-g)^2} \right)$

E m p r e s a 1

RESPETAR-NO RESPETAR: Tabla de pagos (Π_1, Π_2)

La estrategia de hacer trampas será dominante para cada una de las dos empresas si el beneficio obtenido para la empresa que hace trampas es superior a su beneficio si respetase el acuerdo, para cualquier estrategia de la otra empresa. Ello implica, para la empresa 1, que cada uno de sus pagos en la parte inferior de la tabla supera el correspondiente pago de la parte superior de la tabla. Eso se expresa en:

$$\underbrace{\left(\frac{(2-g)^2}{16(1-g)^2} > \frac{1}{4(1-g)}\right)}_{CONDICION\ 1} \wedge \underbrace{\left(\frac{1}{(2-g)^2} > \frac{2-2g-g^2}{8(1-g)^2}\right)}_{CONDICION\ 2} \Rightarrow PROPOSICION\ 1$$

Es fácil comprobar que ambas condiciones se cumplen para los valores de g que considera el enunciado. En concreto, se puede ver que:

$$\begin{aligned} 4(1-g) \cdot (2-g)^2 &> 16(1-g)^2 \Rightarrow CONDICION\ 1 \\ y \\ 8(1-g)^2 &> (2-2g-g^2) \cdot (2-g)^2 \Rightarrow CONDICION\ 2 \end{aligned}$$

Dado que la situación respecto a la otra empresa es idéntica, se demuestra la **PROPOSICION 1**.

Equilibrio de Stackelberg en precios:

La empresa 1 será la primera en fijar su precio, teniendo en cuenta que la empresa seguidora (2) tratará el precio del líder como dado para fijar su precio en un periodo posterior. Así, la empresa 1 planteará su función de beneficios, teniendo en cuenta la respuesta óptima de su seguidor, como se describe en su función de reacción (obtenida ya en la solución del equilibrio Bertrand-Nash):

$$P_2 = \frac{1+g \cdot P_1}{2}$$

RESPETAR-NO RESPETAR: Tabla de pagos (Π_1, Π_2)

La estrategia de hacer trampas será dominante para cada una de las dos empresas si el beneficio obtenido para la empresa que hace trampas es superior a su beneficio si respetase el acuerdo, para cualquier estrategia de la otra empresa. Ello implica, para la empresa 1, que cada uno de sus pagos en la parte inferior de la tabla supera el correspondiente pago de la parte superior de la tabla. Eso se expresa en:

$$\underbrace{\left(\frac{(2-g)^2}{16(1-g)^2} > \frac{1}{4(1-g)}\right)}_{CONDICION\ 1} \wedge \underbrace{\left(\frac{1}{(2-g)^2} > \frac{2-2g-g^2}{8(1-g)^2}\right)}_{CONDICION\ 2} \Rightarrow PROPOSICION\ 1$$

Es fácil comprobar que ambas condiciones se cumplen para los valores de g que considera el enunciado. En concreto, se puede ver que:

$$\begin{aligned} 4(1-g) \cdot (2-g)^2 &> 16(1-g)^2 \Rightarrow CONDICION\ 1 \\ y \\ 8(1-g)^2 &> (2-2g-g^2) \cdot (2-g)^2 \Rightarrow CONDICION\ 2 \end{aligned}$$

Dado que la situación respecto a la otra empresa es idéntica, se demuestra la **PROPOSICION 1**.

Equilibrio de Stackelberg en precios:

La empresa 1 será la primera en fijar su precio, teniendo en cuenta que la empresa seguidora (2) tratará el precio del líder como dado para fijar su precio en un periodo posterior. Así, la empresa 1 planteará su función de beneficios, teniendo en cuenta la respuesta óptima de su seguidor, como se describe en su función de reacción (obtenida ya en la solución del equilibrio Bertrand-Nash):

$$P_2 = \frac{1+g \cdot P_1}{2}$$

Entonces, el beneficio y el problema de optimización del líder se puede escribir en términos de su propia estrategia:

$$\Pi_1 = (1 - P_1 + gP_2) \cdot P_1 = \left(1 - P_1 + g \cdot \underbrace{\frac{1 + gP_1}{2}}_{\text{FUNCIÓN DE REACCIÓN DEL SEGUIDOR}} \right) \cdot P_1 \Rightarrow \frac{\partial \Pi_1}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow$$

$$P_1^{Leader} = \frac{2 + g}{2(2 - g^2)}$$

Este precio, sustituido en la función de reacción del seguidor, nos da el precio de equilibrio:

$$P_2^{Seguidor} = \frac{4 + 2g - g^2}{4(2 - g^2)}$$

Ambos precios, sustituidos en las funciones de beneficios de las dos empresas, nos proporcionan los beneficios de equilibrio:

$$\Pi_1^{Lider} = \frac{(2 + g)^2}{8(2 - g^2)}$$

y

$$\Pi_2^{Seguidor} = \frac{(4 + 2g - g^2)^2}{16(2 - g^2)^2}$$

La comprobación del cumplimiento de la condición:

$$\Pi_1^{Lider} < \Pi_2^{Seguidor} \Leftrightarrow \frac{(2 + g)^2}{8(2 - g^2)} < \frac{(4 + 2g - g^2)^2}{16(2 - g^2)^2} \Leftrightarrow$$

$$2(2 + g)^2(2 - g^2)^2 < (2 - g^2) \cdot (4 + 2g - g^2)^2$$

implica la demostración de la **PROPOSICION 2**.

Entonces, el beneficio y el problema de optimización del líder se puede escribir en términos de su propia estrategia:

$$\Pi_1 = (1 - P_1 + gP_2) \cdot P_1 = \left(1 - P_1 + g \cdot \underbrace{\frac{1 + gP_1}{2}}_{\text{FUNCIÓN DE REACCIÓN DEL SEGUIDOR}} \right) \cdot P_1 \Rightarrow \frac{\partial \Pi_1}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow$$

$$P_1^{Leader} = \frac{2 + g}{2(2 - g^2)}$$

Este precio, sustituido en la función de reacción del seguidor, nos da el precio de equilibrio:

$$P_2^{Seguidor} = \frac{4 + 2g - g^2}{4(2 - g^2)}$$

Ambos precios, sustituidos en las funciones de beneficios de las dos empresas, nos proporcionan los beneficios de equilibrio:

$$\Pi_1^{Lider} = \frac{(2 + g)^2}{8(2 - g^2)}$$

y

$$\Pi_2^{Seguidor} = \frac{(4 + 2g - g^2)^2}{16(2 - g^2)^2}$$

La comprobación del cumplimiento de la condición:

$$\Pi_1^{Lider} < \Pi_2^{Seguidor} \Leftrightarrow \frac{(2 + g)^2}{8(2 - g^2)} < \frac{(4 + 2g - g^2)^2}{16(2 - g^2)^2} \Leftrightarrow$$

$$2(2 + g)^2(2 - g^2)^2 < (2 - g^2) \cdot (4 + 2g - g^2)^2$$

implica la demostración de la **PROPOSICION 2**.

Apuntes sobre: Diferenciación de productos

0. Relación con temas anteriores

Desde la propuesta por Kelvin Lancaster (1966) de una nueva aproximación a la teoría del consumidor, la disciplina económica ha incluido en su proyecto investigador el estudio de situaciones en las que el grado de diferenciación entre los productos ofertados es el resultado del comportamiento estratégico de las empresas.

En términos de la parte de la asignatura que se ha visto hasta este punto, esto podría corresponder a la siguiente situación:

Dado el sistema lineal de funciones inversas de la demanda para dos variedades -1 y 2 - de un producto diferenciado:

(1)

$$\begin{aligned} P_1 &= a - b \cdot Q_1 - g \cdot Q_2 \\ P_2 &= a - b \cdot Q_2 - g \cdot Q_1 \end{aligned}$$

si las empresas compiten à la Cournot, saben - como hemos visto - que sus beneficios de equilibrio dependerán del grado de diferenciación g , según indican las expresiones:

(2)

$$\frac{\partial \Pi_i^{Cournot}}{\partial g} < 0 \quad \forall i = 1, 2$$

Dicho de otro modo, las empresas saben que -como ya se ha visto en el modelo de Cournot con producto diferenciado- si sus productos fueran independientes ($g=0$), cada una de ellas sería un monopolista en un mercado libre de presiones competitivas, mientras que si sus productos fueran sustitutos perfectos ($g=b$), las empresas ganarían los beneficios que corresponden al duopolio de Cournot con producto homogéneo. Para valores intermedios de g , las empresas reconocerían que menos sustituibilidad entre

Apuntes sobre: Diferenciación de productos

0. Relación con temas anteriores

Desde la propuesta por Kelvin Lancaster (1966) de una nueva aproximación a la teoría del consumidor, la disciplina económica ha incluido en su proyecto investigador el estudio de situaciones en las que el grado de diferenciación entre los productos ofertados es el resultado del comportamiento estratégico de las empresas.

En términos de la parte de la asignatura que se ha visto hasta este punto, esto podría corresponder a la siguiente situación:

Dado el sistema lineal de funciones inversas de la demanda para dos variedades -1 y 2 - de un producto diferenciado:

(1)

$$\begin{aligned} P_1 &= a - b \cdot Q_1 - g \cdot Q_2 \\ P_2 &= a - b \cdot Q_2 - g \cdot Q_1 \end{aligned}$$

si las empresas compiten à la Cournot, saben - como hemos visto - que sus beneficios de equilibrio dependerán del grado de diferenciación g , según indican las expresiones:

(2)

$$\frac{\partial \Pi_i^{Cournot}}{\partial g} < 0 \quad \forall i = 1, 2$$

Dicho de otro modo, las empresas saben que -como ya se ha visto en el modelo de Cournot con producto diferenciado- si sus productos fueran independientes ($g=0$), cada una de ellas sería un monopolista en un mercado libre de presiones competitivas, mientras que si sus productos fueran sustitutos perfectos ($g=b$), las empresas ganarían los beneficios que corresponden al duopolio de Cournot con producto homogéneo. Para valores intermedios de g , las empresas reconocerían que menos sustituibilidad entre

las variedades 1 y 2 (menor g) supone mayores beneficios. Así que, si tuvieran la posibilidad de afectar el parámetro g , intentarían reducirlo hasta cero, estableciendo monopolios sin ninguna relación entre ellos desde el punto de vista de la demanda¹.

Aunque parezca matemáticamente sólido e intuitivamente fácil de aceptar, el resultado alcanzado anteriormente, en base a las partes del temario que hemos visto hasta ahora, no contiene las características fundamentales requeridas para un análisis de la interacción estratégica entre empresas en el espacio de características de sus productos. Dichas características son:

1) Heterogeneidad de preferencias: El marco implicado en las ecuaciones (1) y (2) se basa en la maximización de la utilidad de un consumidor representativo sujeto a su restricción presupuestaria.

2) Un marco básico común para tratar los dos tipos de diferenciación (horizontal-vertical): La existencia de preferencias heterogéneas permite tratar los cambios de calidad como mejora percibida por todos los consumidores (diferenciación vertical) o como mejora o empeoramiento según la especificación de la variedad ideal de cada consumidor (diferenciación horizontal).

3) Posibilidad de modelizar la estrategia individual en cuanto a la selección de producto: La supuesta modificación del parámetro g no permite identificar estrategias específicas e individuales de diferenciación².

¹ Confirmando el enunciado de Jenofonte, “ΕΙ ΤΙΣ ΔΥΝΑΤΑΙ ΜΟΝΟΠΙΣΤΑΙΟΝ ΠΟΙΕΙΤΑΙ ΕΑΥΤΩ” (“Si alguien puede, establecerá un monopolio para sí mismo”, Siglo V a. C.).

² Incluso en el caso de considerar $g_1 \neq g_2$ en lugar de g en el sistema (1)-(2), ello no permite identificar si la sustituibilidad entre variedades aumentaría por una estrategia de diferenciación por parte de una u otra empresa.

las variedades 1 y 2 (menor g) supone mayores beneficios. Así que, si tuvieran la posibilidad de afectar el parámetro g , intentarían reducirlo hasta cero, estableciendo monopolios sin ninguna relación entre ellos desde el punto de vista de la demanda¹.

Aunque parezca matemáticamente sólido e intuitivamente fácil de aceptar, el resultado alcanzado anteriormente, en base a las partes del temario que hemos visto hasta ahora, no contiene las características fundamentales requeridas para un análisis de la interacción estratégica entre empresas en el espacio de características de sus productos. Dichas características son:

1) Heterogeneidad de preferencias: El marco implicado en las ecuaciones (1) y (2) se basa en la maximización de la utilidad de un consumidor representativo sujeto a su restricción presupuestaria.

2) Un marco básico común para tratar los dos tipos de diferenciación (horizontal-vertical): La existencia de preferencias heterogéneas permite tratar los cambios de calidad como mejora percibida por todos los consumidores (diferenciación vertical) o como mejora o empeoramiento según la especificación de la variedad ideal de cada consumidor (diferenciación horizontal).

3) Posibilidad de modelizar la estrategia individual en cuanto a la selección de producto: La supuesta modificación del parámetro g no permite identificar estrategias específicas e individuales de diferenciación².

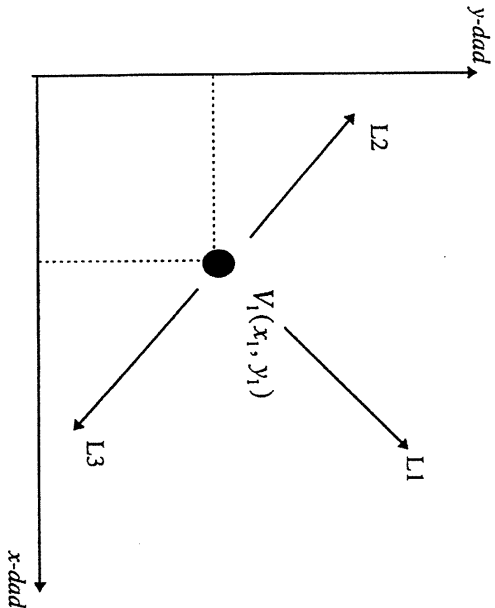
¹ Confirmando el enunciado de Jenofonte, “ΕΙ ΤΙΣ ΔΥΝΑΤΑΙ ΜΟΝΟΠΙΣΤΑΙΟΝ ΠΟΙΕΙΤΑΙ ΕΑΥΤΩ” (“Si alguien puede, establecerá un monopolio para sí mismo”, Siglo V a. C.).

² Incluso en el caso de considerar $g_1 \neq g_2$ en lugar de g en el sistema (1)-(2), ello no permite identificar si la sustituibilidad entre variedades aumentaría por una estrategia de diferenciación por parte de una u otra empresa.

1. Introducción

De lo anterior se desprende la necesidad de un marco específico en el que se pueda estudiar la interacción estratégica entre empresas con respecto a la elección de las características de sus productos. La metáfora propuesta por Lancaster (1966) de un espacio de tantas dimensiones como número de características pueden describir un determinado producto, nos servirá como base para representar la elección de características como estrategia de localización en un punto del espacio anteriormente mencionado.

Consideremos un producto que se puede describir en base a dos características. Cada variedad de este producto se puede representar como punto en un espacio bi-dimensional en base al “nivel” en el que cada una de las dos características está contenida en una variedad. Entonces la Variedad 1 en la gráfica 1 es un punto $V_1(x_1, y_1)$, que es la combinación de “nivel de x -dad” -o x - y “nivel de y -dad” -o y - de la Variedad 1.



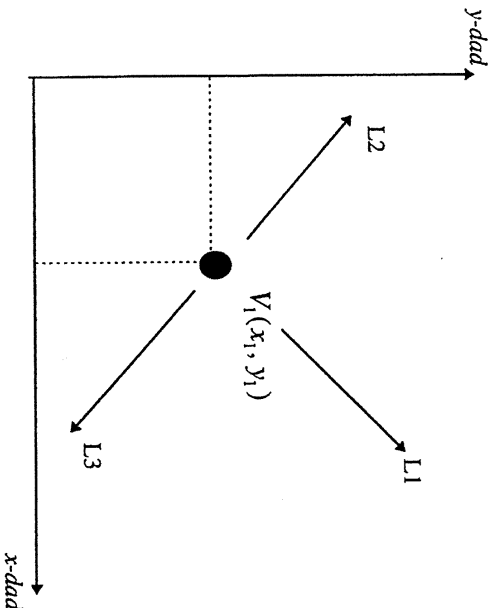
GRAFICA 1: Espacio de variedades de un producto con dos características.

Como puede apreciarse, un “re-posicionamiento” de la Variedad 1 en la dirección implicada por $L1$, significaría un aumento del nivel de ambas características (x, y), mientras un “re-posicionamiento” según $L2$ y $L3$,

1. Introducción

De lo anterior se desprende la necesidad de un marco específico en el que se pueda estudiar la interacción estratégica entre empresas con respecto a la elección de las características de sus productos. La metáfora propuesta por Lancaster (1966) de un espacio de tantas dimensiones como número de características pueden describir un determinado producto, nos servirá como base para representar la elección de características como estrategia de localización en un punto del espacio anteriormente mencionado.

Consideremos un producto que se puede describir en base a dos características. Cada variedad de este producto se puede representar como punto en un espacio bi-dimensional en base al “nivel” en el que cada una de las dos características está contenida en una variedad. Entonces la Variedad 1 en la gráfica 1 es un punto $V_1(x_1, y_1)$, que es la combinación de “nivel de x -dad” -o x - y “nivel de y -dad” -o y - de la Variedad 1.



GRAFICA 1: Espacio de variedades de un producto con dos características.

Como puede apreciarse, un “re-posicionamiento” de la Variedad 1 en la dirección implicada por $L1$, significaría un aumento del nivel de ambas características (x, y), mientras un “re-posicionamiento” según $L2$ y $L3$,

implicaría reducir el nivel de x -*dad* para conseguir más y -*dad*, en el primer caso, y lo contrario en el segundo caso. Si ambas características son deseadas por todos los consumidores, el primer tipo de cambio ($L1$) implicaría una mejora objetiva del producto y correspondería a una estrategia de *diferenciación vertical*. Supongamos una población heterogénea de consumidores en cuanto a la valoración de la aportación de cada una de las dos características al valor de la variedad en cuestión. Entonces, el cambio según $L2$ ($L3$) supondría una mejora para aquellos consumidores que estuvieran dispuestos a sacrificar parte de la x -*dad* (y -*dad*) de la variedad ofertada para conseguir un mayor nivel de y -*dad* (x -*dad*), pero un empeoramiento del producto para los consumidores que estuviesen dispuestos a sacrificar parte de y (x) para conseguir una variedad con más x (y). Los cambios supuestos por $L2$ y $L3$ corresponden a estrategias de *diferenciación horizontal*.

Cabe destacar que un aumento simultáneo de x e y (diferenciación vertical) de la Variedad 1 puede verse condicionado por las posibilidades tecnológicas de los productores y , en cualquier caso, por la restricción presupuestaria del consumidor a quien va destinado el producto, suponiendo que tal estrategia conlleva un coste adicional al de la producción de V_1 . En cambio, una estrategia de diferenciación horizontal puede hacerse sin modificar los costes del producto, suponiendo que el productor considera combinaciones de x e y que se pueden conseguir con los mismos costes de producción. Además, el espacio de dichas combinaciones está acotado por dos combinaciones extremas: una que contiene el mínimo (máximo) nivel de x -*dad* (y -*dad*) posible y otra que contiene el máximo (mínimo).

El modelo más sencillo que puede representar esta situación, fue propuesto inicialmente, en un contexto espacial, por Harold Hotelling en 1929.

2. El Modelo de Hotelling (1929)

Las variedades de un producto contienen la mezcla de sus características en proporciones que se pueden describir sobre un intervalo continuo entre el 0

implicaría reducir el nivel de x -*dad* para conseguir más y -*dad*, en el primer caso, y lo contrario en el segundo caso. Si ambas características son deseadas por todos los consumidores, el primer tipo de cambio ($L1$) implicaría una mejora objetiva del producto y correspondería a una estrategia de *diferenciación vertical*. Supongamos una población heterogénea de consumidores en cuanto a la valoración de la aportación de cada una de las dos características al valor de la variedad en cuestión. Entonces, el cambio según $L2$ ($L3$) supondría una mejora para aquellos consumidores que estuvieran dispuestos a sacrificar parte de la x -*dad* (y -*dad*) de la variedad ofertada para conseguir un mayor nivel de y -*dad* (x -*dad*), pero un empeoramiento del producto para los consumidores que estuviesen dispuestos a sacrificar parte de y (x) para conseguir una variedad con más x (y). Los cambios supuestos por $L2$ y $L3$ corresponden a estrategias de *diferenciación horizontal*.

Cabe destacar que un aumento simultáneo de x e y (diferenciación vertical) de la Variedad 1 puede verse condicionado por las posibilidades tecnológicas de los productores y , en cualquier caso, por la restricción presupuestaria del consumidor a quien va destinado el producto, suponiendo que tal estrategia conlleva un coste adicional al de la producción de V_1 . En cambio, una estrategia de diferenciación horizontal puede hacerse sin modificar los costes del producto, suponiendo que el productor considera combinaciones de x e y que se pueden conseguir con los mismos costes de producción. Además, el espacio de dichas combinaciones está acotado por dos combinaciones extremas: una que contiene el mínimo (máximo) nivel de x -*dad* (y -*dad*) posible y otra que contiene el máximo (mínimo).

El modelo más sencillo que puede representar esta situación, fue propuesto inicialmente, en un contexto espacial, por Harold Hotelling en 1929.

2. El Modelo de Hotelling (1929)

Las variedades de un producto contienen la mezcla de sus características en proporciones que se pueden describir sobre un intervalo continuo entre el 0

y el I . Dos productores A y B producen, cada uno de ellos, una variedad del producto con el mismo coste unitario. Estas empresas venden su variedad a precios r_A, r_B , que les suponen, respectivamente, *márgenes comerciales*: $P_A = r_A - c, P_B = r_B - c$, a los que nos vamos a referir como *precios netos de costes* o, simplemente, *precios*³.

Los consumidores potenciales del producto son una población heterogénea en cuanto a la combinación de características del producto que consideran como *ideal*. De hecho, supondremos que la población está distribuida según la *variedad ideal* de cada individuo de manera continua y uniforme sobre el segmento entre 0 y 1 . Además, sin pérdida de generalidad, suponemos que la densidad constante de la distribución de las variedades ideales a lo largo del segmento es $d=1$. Así, partes del segmento corresponden a partes de la población y todo (demandas, distancias, etc.) podrá expresarse de forma más directa en términos relativos (parte de la población, parte del segmento, etc.) de lo que se podría hacer en términos absolutos.

Si la variedad ideal de un consumidor i sobre el segmento está a x_{ii} *distancia* de la variedad de la empresa $J \in \{A, B\}$ que le vende el producto, el consumidor disfruta de una utilidad igual a:

(3)

$$U_{ii} = R - P_J - T(x_{ii}),$$

R sería la máxima utilidad -en términos monetarios- que le podría proporcionar este bien al consumidor (en el caso de que se le ofreciese su variedad ideal a un precio que es igual al coste de producción). P_J es el precio neto de coste al que la empresa vende su variedad. $T(x_{ii})$, que es la función de coste de transporte en la interpretación espacial del modelo, es

³ Esta hipótesis es una versión más realista que la habitualmente encontrada en los libros de texto, de un coste unitario igual a cero ($c=0$), evitando así la crítica por parte del alumno, y la consiguiente pérdida de concentración sobre un punto que no tiene ninguna relevancia para la generalidad de los resultados. Sin embargo, esto no se tiene que interpretar equivocadamente como neutralidad de los resultados frente a asimetrías entre los costes de producción o funciones de costes con rendimientos crecientes o decrecientes.

y el I . Dos productores A y B producen, cada uno de ellos, una variedad del producto con el mismo coste unitario. Estas empresas venden su variedad a precios r_A, r_B , que les suponen, respectivamente, *márgenes comerciales*: $P_A = r_A - c, P_B = r_B - c$, a los que nos vamos a referir como *precios netos de costes* o, simplemente, *precios*³.

Los consumidores potenciales del producto son una población heterogénea en cuanto a la combinación de características del producto que consideran como *ideal*. De hecho, supondremos que la población está distribuida según la *variedad ideal* de cada individuo de manera continua y uniforme sobre el segmento entre 0 y 1 . Además, sin pérdida de generalidad, suponemos que la densidad constante de la distribución de las variedades ideales a lo largo del segmento es $d=1$. Así, partes del segmento corresponden a partes de la población y todo (demandas, distancias, etc.) podrá expresarse de forma más directa en términos relativos (parte de la población, parte del segmento, etc.) de lo que se podría hacer en términos absolutos.

Si la variedad ideal de un consumidor i sobre el segmento está a x_{ii} *distancia* de la variedad de la empresa $J \in \{A, B\}$ que le vende el producto, el consumidor disfruta de una utilidad igual a:

(3)

$$U_{ii} = R - P_J - T(x_{ii}),$$

R sería la máxima utilidad -en términos monetarios- que le podría proporcionar este bien al consumidor (en el caso de que se le ofreciese su variedad ideal a un precio que es igual al coste de producción). P_J es el precio neto de coste al que la empresa vende su variedad. $T(x_{ii})$, que es la función de coste de transporte en la interpretación espacial del modelo, es

³ Esta hipótesis es una versión más realista que la habitualmente encontrada en los libros de texto, de un coste unitario igual a cero ($c=0$), evitando así la crítica por parte del alumno, y la consiguiente pérdida de concentración sobre un punto que no tiene ninguna relevancia para la generalidad de los resultados. Sin embargo, esto no se tiene que interpretar equivocadamente como neutralidad de los resultados frente a asimetrías entre los costes de producción o funciones de costes con rendimientos crecientes o decrecientes.

creciente con respecto a la distancia entre la variedad ideal del consumidor y aquella actualmente ofertada por J , que corresponde a la desutilidad (pérdida de utilidad) sufrida por el consumidor por consumir una variedad distinta de su variedad ideal.

Cada consumidor comprará *una* unidad de producto a la empresa J si se satisfacen las siguientes condiciones:

1) Si la utilidad que le reporte esta decisión es mayor que si comprase de la otra empresa K ($K \neq J, K \in \{A, B\}$). Esto es, si:

$$(4) \quad U_{ij} = R - P_j - T(x_{ij}) > U_{ik} = R - P_k - T(x_{ik}) \Leftrightarrow P_j + T(x_{ij}) < P_k + T(x_{ik})$$

Nos referiremos a la cantidad $P_j + T(x_{ij})$ como *precio generalizado de la variedad producida por J para el consumidor i* .

2) Si dicha utilidad es no negativa:

$$(5) \quad U_{ij} = R - P_j - T(x_{ij}) \geq 0$$

Si no se satisface la condición, el consumidor preferirá no consumir el bien.

2.1. Costes de transporte lineales

En una primera versión del modelo, utilizamos una función lineal de costes de transporte:

$$(6) \quad T(x) = t \cdot x$$

Además, en lo que sigue supondremos que R es suficientemente alta para que (5) no se haga efectiva. Así, cada consumidor comprará una unidad

creciente con respecto a la distancia entre la variedad ideal del consumidor y aquella actualmente ofertada por J , que corresponde a la desutilidad (pérdida de utilidad) sufrida por el consumidor por consumir una variedad distinta de su variedad ideal.

Cada consumidor comprará *una* unidad de producto a la empresa J si se satisfacen las siguientes condiciones:

1) Si la utilidad que le reporte esta decisión es mayor que si comprase de la otra empresa K ($K \neq J, K \in \{A, B\}$). Esto es, si:

$$(4) \quad U_{ij} = R - P_j - T(x_{ij}) > U_{ik} = R - P_k - T(x_{ik}) \Leftrightarrow P_j + T(x_{ij}) < P_k + T(x_{ik})$$

Nos referiremos a la cantidad $P_j + T(x_{ij})$ como *precio generalizado de la variedad producida por J para el consumidor i* .

2) Si dicha utilidad es no negativa:

$$(5) \quad U_{ij} = R - P_j - T(x_{ij}) \geq 0$$

Si no se satisface la condición, el consumidor preferirá no consumir el bien.

2.1. Costes de transporte lineales

En una primera versión del modelo, utilizamos una función lineal de costes de transporte:

$$(6) \quad T(x) = t \cdot x$$

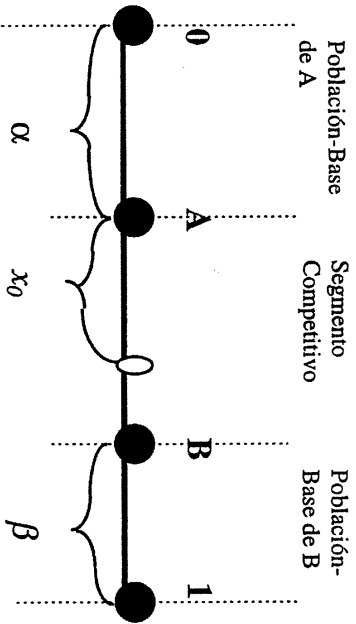
Además, en lo que sigue supondremos que R es suficientemente alta para que (5) no se haga efectiva. Así, cada consumidor comprará una unidad

de producto a la empresa que le resulta más barata en términos generalizados.

Supongamos que:

- i. las empresas A y B posicionan sus variedades a $\alpha \leq \frac{1}{2}$ y $\beta \leq \frac{1}{2}$ distancias, respectivamente, de los extremos del segmento, siendo siempre la empresa A la empresa a la izquierda de la B , y
- ii. las empresas fijan precios P_A, P_B , que no son demasiado distintos entre sí.

Dadas estas condiciones, habrá una variedad ideal entre las variedades ofertadas, a x_0 distancia de la variedad de la empresa A , que haría que el correspondiente consumidor fuese indiferente entre las variedades ofertadas por las dos empresas. Para referirnos a las partes del segmento, emplearemos la terminología introducida en la gráfica 2:



GRAFICA 2: La ciudad lineal de Hotelling (1929).

Con la ayuda de la expresión (3) de la utilidad y la condición (4) como igualdad, podemos calcular x_0 :

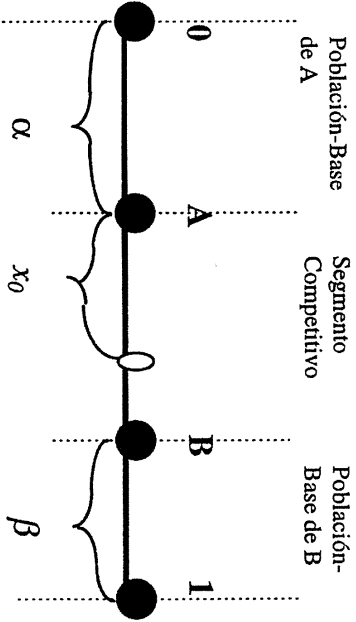
$$U_{0A} = U_{0B} \Leftrightarrow P_A + t \cdot x_0 = P_B + t \cdot (1 - \alpha - \beta - x_0) \Leftrightarrow$$

de producto a la empresa que le resulta más barata en términos generalizados.

Supongamos que:

- i. las empresas A y B posicionan sus variedades a $\alpha \leq \frac{1}{2}$ y $\beta \leq \frac{1}{2}$ distancias, respectivamente, de los extremos del segmento, siendo siempre la empresa A la empresa a la izquierda de la B , y
- ii. las empresas fijan precios P_A, P_B , que no son demasiado distintos entre sí.

Dadas estas condiciones, habrá una variedad ideal entre las variedades ofertadas, a x_0 distancia de la variedad de la empresa A , que haría que el correspondiente consumidor fuese indiferente entre las variedades ofertadas por las dos empresas. Para referirnos a las partes del segmento, emplearemos la terminología introducida en la gráfica 2:



GRAFICA 2: La ciudad lineal de Hotelling (1929).

Con la ayuda de la expresión (3) de la utilidad y la condición (4) como igualdad, podemos calcular x_0 :

$$U_{0A} = U_{0B} \Leftrightarrow P_A + t \cdot x_0 = P_B + t \cdot (1 - \alpha - \beta - x_0) \Leftrightarrow$$

(7)
$$x_0 = \frac{1 - \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2 \cdot t}$$

La identificación de la variedad ideal “*marginal*” que hace indiferente a un consumidor entre las dos variedades ofertadas es muy importante para la solución del modelo, porque todos los consumidores cuya variedad ideal está a la izquierda de la marginal comprarán a A, mientras los demás comprarán a B.

Utilizando la terminología introducida en la gráfica 2, cabe mencionar algunas propiedades del modelo, que se desprenden de la expresión (7):

- 1) Si las empresas ponen precios iguales, la variedad marginal está justo en el medio del “segmento competitivo”.
- 2) La empresa cuyo precio es mayor, tiene menor cuota del “segmento competitivo”.
- 3) La pérdida de cuota, en la observación anterior, es proporcional a la diferencia entre los precios y está inversamente relacionada con el coste unitario de transporte (indicador de no sustituibilidad entre variedades, puesto que es el factor de transformación de la distancia en pérdida de utilidad, en unidades monetarias, percibida por el consumidor).
- 4) Si una empresa pierde parte de su población-base, pierde a todos sus clientes.
- 5) Si una empresa vende a un precio muy superior al precio de la otra empresa, pierde a todos sus clientes (ver supuesto ii, arriba).

2.1.1. Competencia en precios

A partir de la expresión (7) las empresas pueden escribir sus demandas en función de los precios, utilizando la hipótesis de densidad constante y unitaria de la distribución de las variedades ideales:

(7)
$$x_0 = \frac{1 - \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2 \cdot t}$$

La identificación de la variedad ideal “*marginal*” que hace indiferente a un consumidor entre las dos variedades ofertadas es muy importante para la solución del modelo, porque todos los consumidores cuya variedad ideal está a la izquierda de la marginal comprarán a A, mientras los demás comprarán a B.

Utilizando la terminología introducida en la gráfica 2, cabe mencionar algunas propiedades del modelo, que se desprenden de la expresión (7):

- 1) Si las empresas ponen precios iguales, la variedad marginal está justo en el medio del “segmento competitivo”.
- 2) La empresa cuyo precio es mayor, tiene menor cuota del “segmento competitivo”.
- 3) La pérdida de cuota, en la observación anterior, es proporcional a la diferencia entre los precios y está inversamente relacionada con el coste unitario de transporte (indicador de no sustituibilidad entre variedades, puesto que es el factor de transformación de la distancia en pérdida de utilidad, en unidades monetarias, percibida por el consumidor).
- 4) Si una empresa pierde parte de su población-base, pierde a todos sus clientes.
- 5) Si una empresa vende a un precio muy superior al precio de la otra empresa, pierde a todos sus clientes (ver supuesto ii, arriba).

2.1.1. Competencia en precios

A partir de la expresión (7) las empresas pueden escribir sus demandas en función de los precios, utilizando la hipótesis de densidad constante y unitaria de la distribución de las variedades ideales:

(8.1) $q_A = \alpha + x_0$

(8.2) $q_B = 1 - q_A,$

y las funciones de beneficios:

(9.1) $\Pi_A = P_A \cdot q_A = P_A \left(\alpha + \frac{1 - \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2 \cdot t} \right) = P_A \left(\frac{1 + \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2 \cdot t} \right)$

y

(9.2) $\Pi_B = P_B \cdot q_B = \dots = P_B \left(\frac{1 - \alpha + \beta}{2} + \frac{P_A - P_B}{2 \cdot t} \right)$

El equilibrio de Bertrand implica la satisfacción de las condiciones de primer orden:

(10.1) $\frac{\partial \Pi_A}{\partial P_A} = 0 \Rightarrow P_A = \underbrace{\frac{t \cdot (1 + \alpha - \beta)}{2} + \frac{P_B}{2}}_{\substack{\text{PRECIO-FUNCION} \\ \text{DE} \\ \text{REACCION}}} \quad y$

(10.2) $\frac{\partial \Pi_B}{\partial P_B} = 0 \Rightarrow P_B = \underbrace{\frac{t \cdot (1 - \alpha + \beta)}{2} + \frac{P_A}{2}}_{\substack{\text{PRECIO-FUNCION} \\ \text{DE} \\ \text{REACCION}}}$

La solución del sistema de funciones de reacción nos da los precios de equilibrio:

(11.1) $P_A^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 + \alpha - \beta)}{3}$

(11.2) $P_B^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 - \alpha + \beta)}{3}$

Los beneficios que corresponden a estos precios son:

(8.1) $q_A = \alpha + x_0$

(8.2) $q_B = 1 - q_A,$

y las funciones de beneficios:

(9.1) $\Pi_A = P_A \cdot q_A = P_A \left(\alpha + \frac{1 - \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2 \cdot t} \right) = P_A \left(\frac{1 + \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2 \cdot t} \right)$

y

(9.2) $\Pi_B = P_B \cdot q_B = \dots = P_B \left(\frac{1 - \alpha + \beta}{2} + \frac{P_A - P_B}{2 \cdot t} \right)$

El equilibrio de Bertrand implica la satisfacción de las condiciones de primer orden:

(10.1) $\frac{\partial \Pi_A}{\partial P_A} = 0 \Rightarrow P_A = \underbrace{\frac{t \cdot (1 + \alpha - \beta)}{2} + \frac{P_B}{2}}_{\substack{\text{PRECIO-FUNCION} \\ \text{DE} \\ \text{REACCION}}} \quad y$

(10.2) $\frac{\partial \Pi_B}{\partial P_B} = 0 \Rightarrow P_B = \underbrace{\frac{t \cdot (1 - \alpha + \beta)}{2} + \frac{P_A}{2}}_{\substack{\text{PRECIO-FUNCION} \\ \text{DE} \\ \text{REACCION}}}$

La solución del sistema de funciones de reacción nos da los precios de equilibrio:

(11.1) $P_A^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 + \alpha - \beta)}{3}$

(11.2) $P_B^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 - \alpha + \beta)}{3}$

Los beneficios que corresponden a estos precios son:

$$(12.1) \quad \Pi_A^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 + \alpha - \beta)^2}{18}$$

$$(12.2) \quad \Pi_B^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 - \alpha + \beta)^2}{18}$$

2.1.2 La elección de características del producto

Las empresas, teniendo en cuenta los resultados de los cálculos realizados hasta este punto, reconocen que la localización de sus variedades sobre el segmento afecta a los beneficios que podrán ganar compitiendo en precios. En concreto, la empresa *A* observa que, por (12.1),

$$(13.1) \quad \frac{\partial \Pi_A^{Bertrand}}{\partial \alpha} = \frac{\partial \left[\frac{t \cdot (3 + \alpha - \beta)^2}{18} \right]}{\partial \alpha} > 0$$

y la empresa *B*, por (12.2), observa que

$$(13.2) \quad \frac{\partial \Pi_B^{Bertrand}}{\partial \beta} = \frac{\partial \left[\frac{t \cdot (3 - \alpha + \beta)^2}{18} \right]}{\partial \beta} > 0$$

En otras palabras, las empresas tienen incentivos a *aumentar* sus distancias de sus respectivos extremos y acaban posicionando sus variedades lo más cerca posible de la variedad que corresponde a la mitad del segmento. Este resultado es el *principio de la mínima diferenciación*.

2.1.3. Reflexión crítica

En primer lugar, el principio de la mínima diferenciación parece contradecir la experiencia que tenemos en cuanto a la diferenciación entre productos en el mundo real. Además, en términos técnicos, implica inestabilidad del equilibrio de un juego en dos etapas en el que las empresas eligen primero localizaciones y, después, compiten en precios. Supongamos, por ejemplo,

$$(12.1) \quad \Pi_A^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 + \alpha - \beta)^2}{18}$$

$$(12.2) \quad \Pi_B^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 - \alpha + \beta)^2}{18}$$

2.1.2 La elección de características del producto

Las empresas, teniendo en cuenta los resultados de los cálculos realizados hasta este punto, reconocen que la localización de sus variedades sobre el segmento afecta a los beneficios que podrán ganar compitiendo en precios. En concreto, la empresa *A* observa que, por (12.1),

$$(13.1) \quad \frac{\partial \Pi_A^{Bertrand}}{\partial \alpha} = \frac{\partial \left[\frac{t \cdot (3 + \alpha - \beta)^2}{18} \right]}{\partial \alpha} > 0$$

y la empresa *B*, por (12.2), observa que

$$(13.2) \quad \frac{\partial \Pi_B^{Bertrand}}{\partial \beta} = \frac{\partial \left[\frac{t \cdot (3 - \alpha + \beta)^2}{18} \right]}{\partial \beta} > 0$$

En otras palabras, las empresas tienen incentivos a *aumentar* sus distancias de sus respectivos extremos y acaban posicionando sus variedades lo más cerca posible de la variedad que corresponde a la mitad del segmento. Este resultado es el *principio de la mínima diferenciación*.

2.1.3. Reflexión crítica

En primer lugar, el principio de la mínima diferenciación parece contradecir la experiencia que tenemos en cuanto a la diferenciación entre productos en el mundo real. Además, en términos técnicos, implica inestabilidad del equilibrio de un juego en dos etapas en el que las empresas eligen primero localizaciones y, después, compiten en precios. Supongamos, por ejemplo,

que A elige producir la variedad $0,49$, mientras B produce la variedad $1/2$. Según (13.1), esta situación no puede ser de equilibrio, porque la empresa A tendría incentivos a desviarse hacia $0,499$ o $0,4999$, aumentando así sus beneficios. Sin embargo, si se situase en $1/2$, produciría un producto idéntico al de su rival y la competencia en precios implicaría unos beneficios de equilibrio iguales a cero (según el modelo de Bertrand con producto homogéneo, en el que las funciones de beneficios respecto a los precios son discontinuas). Cualquier desviación individual de esta situación hacia $0,49$ sería beneficiosa. Luego la situación en la que las dos empresas producen la misma variedad (principio de la mínima diferenciación) tampoco constituye un equilibrio estable en la elección de características del producto.

La crítica a la estabilidad del equilibrio en el modelo de Hotelling fue primero presentada por Claude D'Aspremont, Jean-Jaskold Gabszewicz y Jacques François Thisse en 1979. Estos autores propusieron una modificación del modelo básico, sustituyendo la función lineal de costes de transporte por una función cuadrática.

2.2. Costes de transporte cuadráticos

Supongamos una función de costes de transporte cuadrática:

(6)

$$T(x) = t \cdot x^2$$

La variedad ideal del consumidor que será indiferente entre A y B estará en el segmento competitivo, a una distancia x_0 de la empresa A , dada por:

(7)

$$x_0 = \frac{1 - \alpha - \beta}{2} + \underbrace{\frac{P_B - P_A}{2 \cdot t \cdot (1 - \alpha - \beta)}}_{\substack{\text{DIFERENCIA} \\ \text{ENTRE} \\ (7)-(7')}} \quad (7)-(7')$$

que A elige producir la variedad $0,49$, mientras B produce la variedad $1/2$. Según (13.1), esta situación no puede ser de equilibrio, porque la empresa A tendría incentivos a desviarse hacia $0,499$ o $0,4999$, aumentando así sus beneficios. Sin embargo, si se situase en $1/2$, produciría un producto idéntico al de su rival y la competencia en precios implicaría unos beneficios de equilibrio iguales a cero (según el modelo de Bertrand con producto homogéneo, en el que las funciones de beneficios respecto a los precios son discontinuas). Cualquier desviación individual de esta situación hacia $0,49$ sería beneficiosa. Luego la situación en la que las dos empresas producen la misma variedad (principio de la mínima diferenciación) tampoco constituye un equilibrio estable en la elección de características del producto.

La crítica a la estabilidad del equilibrio en el modelo de Hotelling fue primero presentada por Claude D'Aspremont, Jean-Jaskold Gabszewicz y Jacques François Thisse en 1979. Estos autores propusieron una modificación del modelo básico, sustituyendo la función lineal de costes de transporte por una función cuadrática.

2.2. Costes de transporte cuadráticos

Supongamos una función de costes de transporte cuadrática:

(6)

$$T(x) = t \cdot x^2$$

La variedad ideal del consumidor que será indiferente entre A y B estará en el segmento competitivo, a una distancia x_0 de la empresa A , dada por:

(7)

$$x_0 = \frac{1 - \alpha - \beta}{2} + \underbrace{\frac{P_B - P_A}{2 \cdot t \cdot (1 - \alpha - \beta)}}_{\substack{\text{DIFERENCIA} \\ \text{ENTRE} \\ (7)-(7')}} \quad (7)-(7')$$

A partir de la diferencia entre (7) y (7'), es importante observar una propiedad específica de esta versión del modelo, que tendríamos que añadir a las 5 propiedades comentadas sobre el modelo con costes de transporte lineales:

3') La pérdida de cuota por diferencias en los precios no depende sólo de t , sino también de la diferenciación (distancia) entre las variedades producidas por A y B: **Efecto “cercanía”**.

Es importante ver la implicación que esta propiedad tiene para la interpretación de la divergencia entre los resultados obtenidos de las dos versiones del modelo. Por una parte, en (7), el efecto de diferencias de precios sobre la demanda depende sólo de un factor constante (independiente de la diferenciación entre las dos empresas). Por otra parte, en (7'), el efecto de diferencias de precios sobre la demanda depende de manera inversa del grado de diferenciación (distancia) entre las empresas.

2.2.1. Competencia en precios

Utilizando (7) y (8.1-2) resolvemos el modelo de la misma manera que la versión anterior:

(9.1')
$$\Pi_A = P_A \cdot q_A = P_A \left(\frac{1 + \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2 \cdot t(1 - \alpha - \beta)} \right)$$

y

(9.2')
$$\Pi_B = P_B \cdot q_B = P_B \left(\frac{1 - \alpha + \beta}{2} + \frac{P_A - P_B}{2 \cdot t(1 - \alpha - \beta)} \right)$$

El equilibrio de Bertrand implica la satisfacción de las condiciones de primer orden:

A partir de la diferencia entre (7) y (7'), es importante observar una propiedad específica de esta versión del modelo, que tendríamos que añadir a las 5 propiedades comentadas sobre el modelo con costes de transporte lineales:

3') La pérdida de cuota por diferencias en los precios no depende sólo de t , sino también de la diferenciación (distancia) entre las variedades producidas por A y B: **Efecto “cercanía”**.

Es importante ver la implicación que esta propiedad tiene para la interpretación de la divergencia entre los resultados obtenidos de las dos versiones del modelo. Por una parte, en (7), el efecto de diferencias de precios sobre la demanda depende sólo de un factor constante (independiente de la diferenciación entre las dos empresas). Por otra parte, en (7'), el efecto de diferencias de precios sobre la demanda depende de manera inversa del grado de diferenciación (distancia) entre las empresas.

2.2.1. Competencia en precios

Utilizando (7) y (8.1-2) resolvemos el modelo de la misma manera que la versión anterior:

(9.1')
$$\Pi_A = P_A \cdot q_A = P_A \left(\frac{1 + \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2 \cdot t(1 - \alpha - \beta)} \right)$$

y

(9.2')
$$\Pi_B = P_B \cdot q_B = P_B \left(\frac{1 - \alpha + \beta}{2} + \frac{P_A - P_B}{2 \cdot t(1 - \alpha - \beta)} \right)$$

El equilibrio de Bertrand implica la satisfacción de las condiciones de primer orden:

(10.1')
$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial P_A} = 0 \Rightarrow P_A = \underbrace{\frac{t \cdot (1 + \alpha - \beta)(1 - \alpha - \beta)}{2}}_{\substack{\text{PRECIO-FUNCION} \\ \text{DE} \\ \text{REACCION}}} + \frac{P_B}{2}$$

(10.2')
$$\frac{\partial \Pi_B}{\partial P_B} = 0 \Rightarrow P_B = \underbrace{\frac{t \cdot (1 - \alpha + \beta)(1 - \alpha - \beta)}{2}}_{\substack{\text{PRECIO-FUNCION} \\ \text{DE} \\ \text{REACCION}}} + \frac{P_A}{2}$$

que nos dan los precios de equilibrio:

(11.1')
$$P_A^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 + \alpha - \beta) \cdot (1 - \alpha - \beta)}{3}$$

y

(11.2')
$$P_B^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 - \alpha + \beta) \cdot (1 - \alpha - \beta)}{3}$$

y los beneficios:

(12.1')
$$\Pi_A^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 + \alpha - \beta)^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)}{18}$$

(12.2')
$$\Pi_B^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 - \alpha + \beta)^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)}{18}$$

2.2.2. Elección de características del producto

Las empresas, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en (12.1') y (12.2'), observan que⁴:

(10.1')
$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial P_A} = 0 \Rightarrow P_A = \underbrace{\frac{t \cdot (1 + \alpha - \beta)(1 - \alpha - \beta)}{2}}_{\substack{\text{PRECIO-FUNCION} \\ \text{DE} \\ \text{REACCION}}} + \frac{P_B}{2}$$

(10.2')
$$\frac{\partial \Pi_B}{\partial P_B} = 0 \Rightarrow P_B = \underbrace{\frac{t \cdot (1 - \alpha + \beta)(1 - \alpha - \beta)}{2}}_{\substack{\text{PRECIO-FUNCION} \\ \text{DE} \\ \text{REACCION}}} + \frac{P_A}{2}$$

que nos dan los precios de equilibrio:

(11.1')
$$P_A^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 + \alpha - \beta) \cdot (1 - \alpha - \beta)}{3}$$

y

(11.2')
$$P_B^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 - \alpha + \beta) \cdot (1 - \alpha - \beta)}{3}$$

y los beneficios:

(12.1')
$$\Pi_A^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 + \alpha - \beta)^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)}{18}$$

(12.2')
$$\Pi_B^{Bertrand} = \frac{t \cdot (3 - \alpha + \beta)^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)}{18}$$

2.2.2. Elección de características del producto

Las empresas, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en (12.1') y (12.2'), observan que⁴:

⁴ Aunque la demostración de la propiedad presentada en (13.1') y (13.2') es menos sencilla que la demostración de la propiedad de la versión con costes de transporte lineales presentada en (13.1) y (13.2), no es difícil comprobar que las derivadas, respecto a las variables de localización, son negativas.

⁴ Aunque la demostración de la propiedad presentada en (13.1') y (13.2') es menos sencilla que la demostración de la propiedad de la versión con costes de transporte lineales presentada en (13.1) y (13.2), no es difícil comprobar que las derivadas, respecto a las variables de localización, son negativas.

$$(13.1') \quad \frac{\partial \Pi_A^{Bertrand}}{\partial \alpha} = \frac{\partial \left[\frac{t \cdot (3 + \alpha - \beta)^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)}{18} \right]}{\partial \alpha} < 0$$

$$(13.2') \quad \frac{\partial \Pi_B^{Bertrand}}{\partial \beta} = \frac{\partial \left[\frac{t \cdot (3 - \alpha + \beta)^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)}{18} \right]}{\partial \beta} < 0$$

En otras palabras, las empresas tienen incentivos a *disminuir* sus distancias de sus respectivos extremos del segmento y acaban posicionando sus variedades lo más lejos posible la una de la otra. Este resultado es conocido como *principio de la máxima diferenciación*.

2.3. Mínima y máxima diferenciación

Como hemos visto, el supuesto de costes de transporte cuadráticos en el modelo de Hotelling resuelve el problema técnico de la inestabilidad del principio de la mínima diferenciación e introduce un factor fundamental para la reconciliación del marco teórico con nuestra experiencia de casos reales: el factor es el *efecto cercanía*. Si las empresas están demasiado cerca, aumentan su competencia y disminuyen sus beneficios. En la versión del modelo con costes lineales, existe únicamente el incentivo de ampliar la parte del mercado que pertenece a nuestra *población-base*, que en varios libros de texto se interpreta como incentivo a estar donde está la demanda. No sería necesario decidir en un contexto teórico cuál es el principio válido, dado que en cada situación podría prevalecer uno de estos dos efectos fundamentales.

A un nivel teórico, Economides (1986) propone una función de costes de transporte:

$$(6'') \quad T(x) = t \cdot x^a$$

que se reduce a la función lineal (6) si $a=1$, y a la función cuadrática (6') si $a=2$. Se demuestra que existe un valor crítico de a igual a 1,67, de manera

$$(13.1'') \quad \frac{\partial \Pi_A^{Bertrand}}{\partial \alpha} = \frac{\partial \left[\frac{t \cdot (3 + \alpha - \beta)^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)}{18} \right]}{\partial \alpha} < 0$$

$$(13.2'') \quad \frac{\partial \Pi_B^{Bertrand}}{\partial \beta} = \frac{\partial \left[\frac{t \cdot (3 - \alpha + \beta)^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)}{18} \right]}{\partial \beta} < 0$$

En otras palabras, las empresas tienen incentivos a *disminuir* sus distancias de sus respectivos extremos del segmento y acaban posicionando sus variedades lo más lejos posible la una de la otra. Este resultado es conocido como *principio de la máxima diferenciación*.

2.3. Mínima y máxima diferenciación

Como hemos visto, el supuesto de costes de transporte cuadráticos en el modelo de Hotelling resuelve el problema técnico de la inestabilidad del principio de la mínima diferenciación e introduce un factor fundamental para la reconciliación del marco teórico con nuestra experiencia de casos reales: el factor es el *efecto cercanía*. Si las empresas están demasiado cerca, aumentan su competencia y disminuyen sus beneficios. En la versión del modelo con costes lineales, existe únicamente el incentivo de ampliar la parte del mercado que pertenece a nuestra *población-base*, que en varios libros de texto se interpreta como incentivo a estar donde está la demanda. No sería necesario decidir en un contexto teórico cuál es el principio válido, dado que en cada situación podría prevalecer uno de estos dos efectos fundamentales.

A un nivel teórico, Economides (1986) propone una función de costes de transporte:

$$(6''') \quad T(x) = t \cdot x^a$$

que se reduce a la función lineal (6) si $a=1$, y a la función cuadrática (6') si $a=2$. Se demuestra que existe un valor crítico de a igual a 1,67, de manera

que, para $a < 1,67$, prevalecería el principio de la mínima diferenciación, y para $a > 1,67$, prevalecería el principio de la máxima diferenciación. Además, para $a > 1,27$ siempre existe el equilibrio en estrategias puras.

A nivel intuitivo, reflexionemos sobre el siguiente dilema:

Si supieramos que, en la ciudad que pensamos abrir una joyería, todas las joyerías están aglomeradas cerca de la misma zona, ¿localizaríamos nuestra joyería cerca o lejos de la zona de las joyerías?

Contestar “cerca” implica que evaluamos como más importante el efecto positivo de estar en una zona que atrae a los posibles clientes (“estar donde está la demanda”) que el efecto negativo que tiene sobre nuestros beneficios nuestra “cercanía” a nuestros competidores (“efecto cercanía”). Contestar “lejos” implica una evaluación contraria: tememos que nuestra cercanía a los rivales intensifique la competencia y reduzca nuestros beneficios más de lo que los aumenta el hecho de estar donde está la demanda.

3. Suficiente Diferenciación

En todo lo anterior, hemos supuesto que la restricción implicada por (5) no se hará efectiva, dado que la máxima disponibilidad a pagar de los consumidores, R , es bastante alta para que todos compren una unidad de producto.

Sin embargo, un precio demasiado alto -o una R baja- pueden dar lugar a la siguiente situación:

$$(5) \quad U_U = R - P_j - t \cdot x_U < 0$$

Entonces, el consumidor i preferirá no comprar el producto. Sin embargo, existirá un consumidor cuya variedad ideal está a x_m distancia de la empresa J (siendo $x_m < x_U$), donde:

que, para $a < 1,67$, prevalecería el principio de la mínima diferenciación, y para $a > 1,67$, prevalecería el principio de la máxima diferenciación. Además, para $a > 1,27$ siempre existe el equilibrio en estrategias puras.

A nivel intuitivo, reflexionemos sobre el siguiente dilema:

Si supieramos que, en la ciudad que pensamos abrir una joyería, todas las joyerías están aglomeradas cerca de la misma zona, ¿localizaríamos nuestra joyería cerca o lejos de la zona de las joyerías?

Contestar “cerca” implica que evaluamos como más importante el efecto positivo de estar en una zona que atrae a los posibles clientes (“estar donde está la demanda”) que el efecto negativo que tiene sobre nuestros beneficios nuestra “cercanía” a nuestros competidores (“efecto cercanía”). Contestar “lejos” implica una evaluación contraria: tememos que nuestra cercanía a los rivales intensifique la competencia y reduzca nuestros beneficios más de lo que los aumenta el hecho de estar donde está la demanda.

3. Suficiente Diferenciación

En todo lo anterior, hemos supuesto que la restricción implicada por (5) no se hará efectiva, dado que la máxima disponibilidad a pagar de los consumidores, R , es bastante alta para que todos compren una unidad de producto.

Sin embargo, un precio demasiado alto -o una R baja- pueden dar lugar a la siguiente situación:

$$(5) \quad U_U = R - P_j - t \cdot x_U < 0$$

Entonces, el consumidor i preferirá no comprar el producto. Sin embargo, existirá un consumidor cuya variedad ideal está a x_m distancia de la empresa J (siendo $x_m < x_U$), donde:

(7'')

$$x_m = \frac{R - P_J}{t}$$

cuya utilidad será 0. El consumidor será el último (el más lejano) que comprará de la empresa J a este precio. Suponiendo que hay una localidad que cumple (7'') por cada lado (izquierda-derecha) de la localidad de J , podemos escribir la función de la demanda a la que se enfrenta la empresa:

(8')

$$q_J = 2 \cdot x_m = 2 \cdot \frac{R - P_J}{t}$$

y sus beneficios:

(9')

$$\Pi_J = P_J \cdot 2 \cdot \frac{R - P_J}{t}$$

cuya maximización respecto al precio implica que:

(10')

$$\frac{\partial \Pi_J}{\partial P_J} = 0 \Rightarrow \frac{2R}{t} - \frac{4P_J}{t} \Rightarrow$$

(11')

$$P_J^m = \frac{R}{2}$$

Sustituyendo el precio óptimo de la empresa en (8'), podemos calcular la demanda de equilibrio y, al mismo tiempo, la parte del segmento que sería necesaria para que una empresa monopolizase la parte correspondiente de la población sin tener que pensar en las estrategias de su rival:

(14)

$$q_J^m = \frac{R}{t}$$

ganando unos beneficios,

(15)

$$\Pi_J^m = \frac{R^2}{2 \cdot t}$$

(7')

$$x_m = \frac{R - P_J}{t}$$

cuya utilidad será 0. El consumidor será el último (el más lejano) que comprará de la empresa J a este precio. Suponiendo que hay una localidad que cumple (7') por cada lado (izquierda-derecha) de la localidad de J , podemos escribir la función de la demanda a la que se enfrenta la empresa:

(8')

$$q_J = 2 \cdot x_m = 2 \cdot \frac{R - P_J}{t}$$

y sus beneficios:

(9')

$$\Pi_J = P_J \cdot 2 \cdot \frac{R - P_J}{t}$$

cuya maximización respecto al precio implica que:

(10')

$$\frac{\partial \Pi_J}{\partial P_J} = 0 \Rightarrow \frac{2R}{t} - \frac{4P_J}{t} \Rightarrow$$

(11')

$$P_J^m = \frac{R}{2}$$

Sustituyendo el precio óptimo de la empresa en (8'), podemos calcular la demanda de equilibrio y, al mismo tiempo, la parte del segmento que sería necesaria para que una empresa monopolizase la parte correspondiente de la población sin tener que pensar en las estrategias de su rival:

(14)

$$q_J^m = \frac{R}{t}$$

ganando unos beneficios,

(15)

$$\Pi_J^m = \frac{R^2}{2 \cdot t}$$

Es fácil comprobar que, si $R < 2 \cdot t$, la parte del segmento necesaria para la monopolización de una parte de la población, es menos que la mitad del segmento. Así que las empresas podrían localizarse a suficiente distancia la una de la otra para establecer, cada una, un monopolio local: *Principio de la suficiente diferenciación*. Nótese que la condición impuesta por (14) es suficiente pero no necesaria para que las empresas tengan posibilidades e incentivos a sostener sus monopolios de manera no cooperativa, frente a la situación de competencia que se estudió dentro del modelo de Hotelling. Además, el principio de la suficiente diferenciación es robusto con respecto a modificaciones de la función de costes de transporte.

4. Resumen

Se ha estudiado la interacción estratégica entre dos empresas en relación a la elección de las características de sus productos. Hemos visto que las empresas intentarán diferenciarse suficientemente para que cada una de ellas monopolice una parte del mercado. Si el máximo precio que los consumidores están dispuestos a pagar por el producto (R) y/o la sustituidad entre variedades distintas ($1/t$) son muy altos, la estrategia de suficiente diferenciación no es factible. Entonces, dependiendo de la importancia relativa entre a) “el efecto cercanía” y b) los incentivos a “estar donde está la demanda”, las empresas diferenciarán sus productos entre sí: *máximamente*: si a) domina sobre b) y *mínimamente*: si b) domina sobre a).

5. Reflexión-Extensiones

¿Cómo cambiaría el resultado obtenido bajo la hipótesis de costes de transporte cuadráticos si supusiéramos unos *costes de diferenciación* crecientes respecto a la distancia de la “variedad central” ($1/2$)?.

Es fácil comprobar que, si $R < 2 \cdot t$, la parte del segmento necesaria para la monopolización de una parte de la población, es menos que la mitad del segmento. Así que las empresas podrían localizarse a suficiente distancia la una de la otra para establecer, cada una, un monopolio local: *Principio de la suficiente diferenciación*. Nótese que la condición impuesta por (14) es suficiente pero no necesaria para que las empresas tengan posibilidades e incentivos a sostener sus monopolios de manera no cooperativa, frente a la situación de competencia que se estudió dentro del modelo de Hotelling. Además, el principio de la suficiente diferenciación es robusto con respecto a modificaciones de la función de costes de transporte.

4. Resumen

Se ha estudiado la interacción estratégica entre dos empresas en relación a la elección de las características de sus productos. Hemos visto que las empresas intentarán diferenciarse suficientemente para que cada una de ellas monopolice una parte del mercado. Si el máximo precio que los consumidores están dispuestos a pagar por el producto (R) y/o la sustituidad entre variedades distintas ($1/t$) son muy altos, la estrategia de suficiente diferenciación no es factible. Entonces, dependiendo de la importancia relativa entre a) “el efecto cercanía” y b) los incentivos a “estar donde está la demanda”, las empresas diferenciarán sus productos entre sí: *máximamente*: si a) domina sobre b) y *mínimamente*: si b) domina sobre a).

5. Reflexión-Extensiones

¿Cómo cambiaría el resultado obtenido bajo la hipótesis de costes de transporte cuadráticos si supusiéramos unos *costes de diferenciación* crecientes respecto a la distancia de la “variedad central” ($1/2$)?.

Referencias bibliográficas

D’Aspremont, Claude; Jean Jaskold Gabszewicz y Jacques François Thisse. 1979. “On Hotelling’s `Stability in Competition´.” *Econometrica* 47:1145-1150.

Economides, Nicholas. 1986. “Minimal and Maximal Product Differentiation in Hotelling’s Duopoly.” *Economics Letters* 21:67-71.

Friedman, James. 1983. *Oligopoly Theory*. Cambridge: Cambridge University Press. Capítulo 4.

Hotelling, Harold. 1929. “Stability in Competition.” *Economic Journal* 39:41-57.

Lancaster, Kelvin. 1966. “A New Approach to Consumer Theory.” *Journal of Political Economy* 74:132-57.

Tirole, Jean.1988. *The Theory of Industrial Organization*. Cambridge, Mass: MIT Press. Capítulo 7.

Referencias bibliográficas

D’Aspremont, Claude; Jean Jaskold Gabszewicz y Jacques François Thisse. 1979. “On Hotelling’s `Stability in Competition´.” *Econometrica* 47:1145-1150.

Economides, Nicholas. 1986. “Minimal and Maximal Product Differentiation in Hotelling’s Duopoly.” *Economics Letters* 21:67-71.

Friedman, James. 1983. *Oligopoly Theory*. Cambridge: Cambridge University Press. Capítulo 4.

Hotelling, Harold. 1929. “Stability in Competition.” *Economic Journal* 39:41-57.

Lancaster, Kelvin. 1966. “A New Approach to Consumer Theory.” *Journal of Political Economy* 74:132-57.

Tirole, Jean.1988. *The Theory of Industrial Organization*. Cambridge, Mass: MIT Press. Capítulo 7.

Ejercicio 9:

1. *Aguafeta*, y *Sea Games* son dos empresas de juegos acuáticos que piensan instalarse sobre una playa de nuestra Comunitat. La longitud de la playa es de $l\text{ km}$. Cada uno de los bañistas (denotado como i), que suelen estar uniformemente distribuidos sobre la playa y con densidad $d=l$ *bañista/metro*, disfruta una vez al día de uno de los juegos ofrecidos por las empresas. Ello les reporta una utilidad neta expresada en términos monetarios como:

(1)
$$U_i = R - P_j - t \cdot x_{ij}^2$$

donde P_j es el precio fijado por la empresa $j \in \{\textit{Aguafeta}, \textit{Sea Games}\}$, de cuyos juegos disfruta el consumidor i .

De hecho, el consumidor preferirá los servicios de la empresa j frente a aquellos ofrecidos por su rival $k \in \{\textit{Aguafeta}, \textit{Sea Games}\}$, donde $j \neq k$, si, dada su localización, el *precio generalizado* (definido como $P_j + t \cdot x_{ij}^2$) de la primera no excede el *precio generalizado* de la segunda. Esto es, si la suma de la desutilidad producida por el hecho de pagar un precio P_j más el coste psicológico relacionado con tener que andar una distancia x_{ij} bajo el fuerte sol, expresado en términos monetarios como $t \cdot x_{ij}^2$ (la pérdida de utilidad por cansancio es función *cuadrática* de la distancia a caminar medida en km), no excede del precio generalizado que correspondería a la decisión de ir a usar los juegos ofrecidos por la empresa rival de j .

Sea $\left\{ \begin{matrix} R = 2u.m. \\ t = 1u.m./km^2 \end{matrix} \right\}$. Consideramos que las empresas eligen primero su localización sobre la playa y, posteriormente, compiten en precios. Las empresas actúan con simultaneidad respecto a cada una de las dos estrategias mencionadas. Responde las siguientes cuestiones:

Ejercicio 9:

1. *Aguafeta*, y *Sea Games* son dos empresas de juegos acuáticos que piensan instalarse sobre una playa de nuestra Comunitat. La longitud de la playa es de $l\text{ km}$. Cada uno de los bañistas (denotado como i), que suelen estar uniformemente distribuidos sobre la playa y con densidad $d=l$ *bañista/metro*, disfruta una vez al día de uno de los juegos ofrecidos por las empresas. Ello les reporta una utilidad neta expresada en términos monetarios como:

(1)
$$U_i = R - P_j - t \cdot x_{ij}^2$$

donde P_j es el precio fijado por la empresa $j \in \{\textit{Aguafeta}, \textit{Sea Games}\}$, de cuyos juegos disfruta el consumidor i .

De hecho, el consumidor preferirá los servicios de la empresa j frente a aquellos ofrecidos por su rival $k \in \{\textit{Aguafeta}, \textit{Sea Games}\}$, donde $j \neq k$, si, dada su localización, el *precio generalizado* (definido como $P_j + t \cdot x_{ij}^2$) de la primera no excede el *precio generalizado* de la segunda. Esto es, si la suma de la desutilidad producida por el hecho de pagar un precio P_j más el coste psicológico relacionado con tener que andar una distancia x_{ij} bajo el fuerte sol, expresado en términos monetarios como $t \cdot x_{ij}^2$ (la pérdida de utilidad por cansancio es función *cuadrática* de la distancia a caminar medida en km), no excede del precio generalizado que correspondería a la decisión de ir a usar los juegos ofrecidos por la empresa rival de j .

Sea $\left\{ \begin{matrix} R = 2u.m. \\ t = 1u.m./km^2 \end{matrix} \right\}$. Consideramos que las empresas eligen primero su localización sobre la playa y, posteriormente, compiten en precios. Las empresas actúan con simultaneidad respecto a cada una de las dos estrategias mencionadas. Responde las siguientes cuestiones:

- Determina la localidad del segmento en la que decidirá instalarse cada una de las dos empresas.
- ¿Cuál es el precio de equilibrio que fijarán *AguasJocs* y *Sea Games*?
- ¿Cuáles serán sus beneficios, sus alcances geográficos y sus demandas, medidas en número de clientes?.

2. Supón ahora que las empresas fijan precios perfectamente discriminatorios. Suponiendo que están localizadas como se determina en el apartado anterior,

- Determina el precio que pagará cada consumidor según la localidad que ocupa sobre la playa.
- Desde el punto de vista de la Asociación de Bañistas Usuarios de Juegos Acuáticos, ¿estarías a favor de tal política de precios?.
- Desde el punto de vista del bienestar total generado por el funcionamiento de este mercado playero, ¿estarías a favor de tal política de precios?.

Solución:

1. Las empresas resuelven primero la situación en la que ambas compiten en precios, para obtener la expresión analítica y general de las consecuencias de su comportamiento, en esta etapa, en términos de cualquier decisión respecto a su elección de localidad sobre la playa. Así, en este apartado del proceso de resolución, cada empresa considera la localidad propia y la de su rival como exógenas.

Además, para evitar el problema de coordinación implícito en la representación de dichas localidades sobre la playa, cualquiera de las empresas que está a la izquierda de su rival está denotada por *A*, y la empresa a la derecha de su rival se denota como *B*. Sean α, β las respectivas distancias, en kilómetros, de *A* y *B* desde sus respectivos extremos de la playa (*A*,

- Determina la localidad del segmento en la que decidirá instalarse cada una de las dos empresas.
- ¿Cuál es el precio de equilibrio que fijarán *AguasJocs* y *Sea Games*?
- ¿Cuáles serán sus beneficios, sus alcances geográficos y sus demandas, medidas en número de clientes?.

2. Supón ahora que las empresas fijan precios perfectamente discriminatorios. Suponiendo que están localizadas como se determina en el apartado anterior,

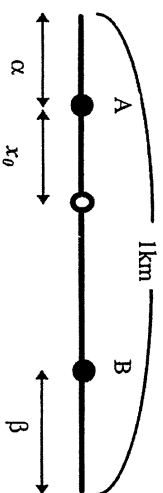
- Determina el precio que pagará cada consumidor según la localidad que ocupa sobre la playa.
- Desde el punto de vista de la Asociación de Bañistas Usuarios de Juegos Acuáticos, ¿estarías a favor de tal política de precios?.
- Desde el punto de vista del bienestar total generado por el funcionamiento de este mercado playero, ¿estarías a favor de tal política de precios?.

Solución:

1. Las empresas resuelven primero la situación en la que ambas compiten en precios, para obtener la expresión analítica y general de las consecuencias de su comportamiento, en esta etapa, en términos de cualquier decisión respecto a su elección de localidad sobre la playa. Así, en este apartado del proceso de resolución, cada empresa considera la localidad propia y la de su rival como exógenas.

Además, para evitar el problema de coordinación implícito en la representación de dichas localidades sobre la playa, cualquiera de las empresas que está a la izquierda de su rival está denotada por *A*, y la empresa a la derecha de su rival se denota como *B*. Sean α, β las respectivas distancias, en kilómetros, de *A* y *B* desde sus respectivos extremos de la playa (*A*,

extremo izquierdo, B extremo derecho), como está representado en el siguiente gráfico:



Resumimos el proceso de determinación de los precios de equilibrio en los siguientes pasos:

i) Condición de indiferencia:

Para cada par de precios (no muy diferentes entre sí, condición explicada y analizada en profundidad en los apuntes de teoría) P_A , P_B , existirá una localidad entre A y B , a una distancia x_0 de A , cuyo correspondiente bañista será indiferente entre ser cliente de A y ser cliente de B . Ello implica que:

$$P_A + 1 \cdot x_0^2 = P_B + 1 \cdot (1 - \alpha - \beta - x_0)^2 \Rightarrow x_0 = \frac{1 - \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2(1 - \alpha - \beta)}$$

ii) Escribir demandas y beneficios en términos de los precios y las variables de localización:

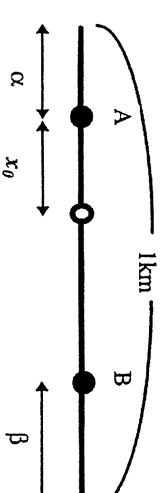
Cada empresa venderá a todos los bañistas comprendidos entre la localidad del “bañista indiferente” y su correspondiente extremo de la playa. Así, el alcance geográfico (AG_i) de cada empresa será:

$$AG_A = \alpha + x_0 = \frac{1 + \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2(1 - \alpha - \beta)}$$

$$AG_B = 1 - \alpha - x_0 = \frac{1 - \alpha + \beta}{2} + \frac{P_A - P_B}{2(1 - \alpha - \beta)}$$

y las demandas, $q_i = AG_i \cdot d$ (recuerda: $d = 1 \text{ bañista/metro} = 1.000 \text{ bañistas/km}$), son:

extremo izquierdo, B extremo derecho), como está representado en el siguiente gráfico:



Resumimos el proceso de determinación de los precios de equilibrio en los siguientes pasos:

i) Condición de indiferencia:

Para cada par de precios (no muy diferentes entre sí, condición explicada y analizada en profundidad en los apuntes de teoría) P_A , P_B , existirá una localidad entre A y B , a una distancia x_0 de A , cuyo correspondiente bañista será indiferente entre ser cliente de A y ser cliente de B . Ello implica que:

$$P_A + 1 \cdot x_0^2 = P_B + 1 \cdot (1 - \alpha - \beta - x_0)^2 \Rightarrow x_0 = \frac{1 - \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2(1 - \alpha - \beta)}$$

ii) Escribir demandas y beneficios en términos de los precios y las variables de localización:

Cada empresa venderá a todos los bañistas comprendidos entre la localidad del “bañista indiferente” y su correspondiente extremo de la playa. Así, el alcance geográfico (AG_i) de cada empresa será:

$$AG_A = \alpha + x_0 = \frac{1 + \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2(1 - \alpha - \beta)}$$

$$AG_B = 1 - \alpha - x_0 = \frac{1 - \alpha + \beta}{2} + \frac{P_A - P_B}{2(1 - \alpha - \beta)}$$

y las demandas, $q_i = AG_i \cdot d$ (recuerda: $d = 1 \text{ bañista/metro} = 1.000 \text{ bañistas/km}$), son:

$$q_A = AG_A \cdot d = (\alpha + x_0)km \cdot 1.000 \frac{\text{bañistas}}{km} = \left(\frac{1 + \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2(1 - \alpha - \beta)} \right) \cdot 1.000$$

$$q_B = AG_B \cdot d = (1 - \alpha - x_0)km \cdot 1.000 \frac{\text{bañistas}}{km} = \left(\frac{1 - \alpha + \beta}{2} + \frac{P_A - P_B}{2(1 - \alpha - \beta)} \right) \cdot 1.000$$

que implican unos beneficios:

$$\Pi_A = 1.000 \cdot \left(\frac{1 + \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2(1 - \alpha - \beta)} \right) \cdot P_A$$

$$\Pi_B = 1.000 \cdot \left(\frac{1 - \alpha + \beta}{2} + \frac{P_A - P_B}{2(1 - \alpha - \beta)} \right) \cdot P_B$$

iii) Condiciones de primer orden y funciones de reacción:

Para determinar el equilibrio en la etapa de competencia en precios, obtenemos las condiciones de primer orden que tienen que satisfacerse en el equilibrio de Bertrand:

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial P_A} = 0 \Rightarrow 1.000 \cdot \left(\frac{1 + \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B}{2 \cdot (1 - \alpha - \beta)} \right) = 1.000 \cdot \frac{P_A}{1 - \alpha - \beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_A = \frac{(1 + \alpha - \beta)(1 - \alpha - \beta)}{2} + \frac{P_B}{2}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{PRECIO-FUNCION} \\ \text{DE} \\ \text{REACCION(A)}}$

$$\frac{\partial \Pi_B}{\partial P_B} = 0 \Rightarrow 1.000 \cdot \left(\frac{1 - \alpha + \beta}{2} + \frac{P_A}{2 \cdot (1 - \alpha - \beta)} \right) = 1.000 \cdot \frac{P_B}{1 - \alpha - \beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_B = \frac{(1 - \alpha + \beta)(1 - \alpha - \beta)}{2} + \frac{P_A}{2}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{PRECIO-FUNCION} \\ \text{DE} \\ \text{REACCION(B)}}$

$$q_A = AG_A \cdot d = (\alpha + x_0)km \cdot 1.000 \frac{\text{bañistas}}{km} = \left(\frac{1 + \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2(1 - \alpha - \beta)} \right) \cdot 1.000$$

$$q_B = AG_B \cdot d = (1 - \alpha - x_0)km \cdot 1.000 \frac{\text{bañistas}}{km} = \left(\frac{1 - \alpha + \beta}{2} + \frac{P_A - P_B}{2(1 - \alpha - \beta)} \right) \cdot 1.000$$

que implican unos beneficios:

$$\Pi_A = 1.000 \cdot \left(\frac{1 + \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B - P_A}{2(1 - \alpha - \beta)} \right) \cdot P_A$$

$$\Pi_B = 1.000 \cdot \left(\frac{1 - \alpha + \beta}{2} + \frac{P_A - P_B}{2(1 - \alpha - \beta)} \right) \cdot P_B$$

iii) Condiciones de primer orden y funciones de reacción:

Para determinar el equilibrio en la etapa de competencia en precios, obtenemos las condiciones de primer orden que tienen que satisfacerse en el equilibrio de Bertrand:

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial P_A} = 0 \Rightarrow 1.000 \cdot \left(\frac{1 + \alpha - \beta}{2} + \frac{P_B}{2 \cdot (1 - \alpha - \beta)} \right) = 1.000 \cdot \frac{P_A}{1 - \alpha - \beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_A = \frac{(1 + \alpha - \beta)(1 - \alpha - \beta)}{2} + \frac{P_B}{2}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{PRECIO-FUNCION} \\ \text{DE} \\ \text{REACCION(A)}}$

$$\frac{\partial \Pi_B}{\partial P_B} = 0 \Rightarrow 1.000 \cdot \left(\frac{1 - \alpha + \beta}{2} + \frac{P_A}{2 \cdot (1 - \alpha - \beta)} \right) = 1.000 \cdot \frac{P_B}{1 - \alpha - \beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_B = \frac{(1 - \alpha + \beta)(1 - \alpha - \beta)}{2} + \frac{P_A}{2}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{PRECIO-FUNCION} \\ \text{DE} \\ \text{REACCION(B)}}$

iv) Determinación de precios y beneficios de equilibrio:

Para determinar los precios de equilibrio resolvemos el sistema de las *funciones de reacción* obtenidas en el apartado anterior:

$$P_A = \frac{(3 + \alpha - \beta) \cdot (1 - \alpha - \beta)}{3}$$

$$P_B = \frac{(3 - \alpha + \beta) \cdot (1 - \alpha - \beta)}{3}$$

Cuya sustitución en las respectivas funciones de beneficios da:

$$\Pi_A = \frac{(3 + \alpha - \beta)^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)}{18} \cdot 1.000$$

$$\Pi_B = \frac{(3 - \alpha + \beta)^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)}{18} \cdot 1.000$$

v) Determinación del efecto de las variables de localización sobre los beneficios de las empresas:

De las funciones de beneficios de equilibrio, observamos que, para localizaciones simétricas ($\alpha=\beta$), los beneficios de las empresas aumentan cuanto mayor sea la distancia entre las dos empresas (beneficios crecientes con respecto a $1-\alpha-\beta$). También se puede comprobar que la derivada del beneficio de cada empresa respecto con respecto a su propia variable de localización es negativa, y ello permite hacer la misma observación anterior.

vi) Decisión de localización:

Siguiendo las conclusiones del apartado anterior y, como se esperaba dada la teoría sobre este modelo espacial en el que los costes de transporte son función cuadrática de la distancia, las empresas reconocen que el efecto “*cercanía*” predomina y se localizan en los extremos de la línea intentando maximizar la distancia entre sí. En términos de la notación introducida: $\alpha=\beta$.

iv) Determinación de precios y beneficios de equilibrio:

Para determinar los precios de equilibrio resolvemos el sistema de las *funciones de reacción* obtenidas en el apartado anterior:

$$P_A = \frac{(3 + \alpha - \beta) \cdot (1 - \alpha - \beta)}{3}$$

$$P_B = \frac{(3 - \alpha + \beta) \cdot (1 - \alpha - \beta)}{3}$$

Cuya sustitución en las respectivas funciones de beneficios da:

$$\Pi_A = \frac{(3 + \alpha - \beta)^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)}{18} \cdot 1.000$$

$$\Pi_B = \frac{(3 - \alpha + \beta)^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)}{18} \cdot 1.000$$

v) Determinación del efecto de las variables de localización sobre los beneficios de las empresas:

De las funciones de beneficios de equilibrio, observamos que, para localizaciones simétricas ($\alpha=\beta$), los beneficios de las empresas aumentan cuanto mayor sea la distancia entre las dos empresas (beneficios crecientes con respecto a $1-\alpha-\beta$). También se puede comprobar que la derivada del beneficio de cada empresa respecto con respecto a su propia variable de localización es negativa, y ello permite hacer la misma observación anterior.

vi) Decisión de localización:

Siguiendo las conclusiones del apartado anterior y, como se esperaba dada la teoría sobre este modelo espacial en el que los costes de transporte son función cuadrática de la distancia, las empresas reconocen que el efecto “*cercanía*” predomina y se localizan en los extremos de la línea intentando maximizar la distancia entre sí. En términos de la notación introducida: $\alpha=\beta$.

vii) Sustitución de los valores de los parámetros de localización hallados en los precios y beneficios de equilibrio:

$$P_A = P_B = 1u.m. \text{ y } \Pi_A = 500u.m. = \Pi_B$$

Debemos comprobar que, con este precio de equilibrio, todos los consumidores utilizarán los juegos de una de las dos empresas. Esto equivale a un excedente no negativo del consumidor más lejano de cualquiera de las dos empresas, que, en este caso, es el consumidor ubicado en el centro de la playa. De hecho, se confirma que la utilidad de dicho consumidor es $U=2-1-(1/2)^2=0,75u.m.$, que es mayor que cero.

Como se desprende de la simetría de la solución, el alcance de cada empresa será exactamente de *500 metros*, a los que corresponden, exactamente, *500 clientes*.

2. Si las empresas pudieran discriminar perfectamente exigiendo a cada cliente pagar un precio según su localización sobre la playa, extraerían a cada uno de los consumidores el excedente total que estuviesen dispuestos a dedicar al uso de los juegos acuáticos, teniendo en cuentas:

- *Primero*, la pérdida de utilidad asociada a la distancia entre la localidad del bañista y la localidad de la empresa

y

- *Segundo*, el precio de la empresa rival para el bañista que está ubicado en dicha localidad.

Ambas consideraciones están relacionadas con el hecho de que un cliente no utilizaría los juegos de una empresa si ello le supusiera una utilidad negativa, o si el precio ofrecido por la otra empresa para el bañista de esta localidad fuera más interesante (teniendo en cuenta también la desutilidad derivada de la distancia).

vii) Sustitución de los valores de los parámetros de localización hallados en los precios y beneficios de equilibrio:

$$P_A = P_B = 1u.m. \text{ y } \Pi_A = 500u.m. = \Pi_B$$

Debemos comprobar que, con este precio de equilibrio, todos los consumidores utilizarán los juegos de una de las dos empresas. Esto equivale a un excedente no negativo del consumidor más lejano de cualquiera de las dos empresas, que, en este caso, es el consumidor ubicado en el centro de la playa. De hecho, se confirma que la utilidad de dicho consumidor es $U=2-1-(1/2)^2=0,75u.m.$, que es mayor que cero.

Como se desprende de la simetría de la solución, el alcance de cada empresa será exactamente de *500 metros*, a los que corresponden, exactamente, *500 clientes*.

2. Si las empresas pudieran discriminar perfectamente exigiendo a cada cliente pagar un precio según su localización sobre la playa, extraerían a cada uno de los consumidores el excedente total que estuviesen dispuestos a dedicar al uso de los juegos acuáticos, teniendo en cuentas:

- *Primero*, la pérdida de utilidad asociada a la distancia entre la localidad del bañista y la localidad de la empresa

y

- *Segundo*, el precio de la empresa rival para el bañista que está ubicado en dicha localidad.

Ambas consideraciones están relacionadas con el hecho de que un cliente no utilizaría los juegos de una empresa si ello le supusiera una utilidad negativa, o si el precio ofrecido por la otra empresa para el bañista de esta localidad fuera más interesante (teniendo en cuenta también la desutilidad derivada de la distancia).

Para el bañista *central* ubicado en el medio de la playa a una distancia de $500m=0,5km$ de cada una de las dos empresas, la competencia entre empresas sería máxima y el precio de ambas empresas sería 0 . Esto se comprueba fácilmente suponiendo que un aumento infinitesimal ε del precio de una de las dos empresas no aportaría beneficios a la empresa, dado que la otra, con un precio inferior (por ejemplo, $0,9 \cdot \varepsilon$), podría atraer al bañista y ganar beneficios positivos (ver modelo de Bertrand con homogeneidad del producto).

Para un bañista ubicado a la izquierda del bañista *central*, a una distancia x km ($0 \leq x < 0,5$) de la empresa A, la mejor política de precios de ésta última sería fijar un precio (P_A) que evitaría la pérdida del cliente a favor de la otra empresa, para cualquier precio (P_B) mayor que cero.

Tal precio sería uno infinitésimamente inferior al precio $P_A(P_B^{min})$, que empataría, en la localidad del consumidor, la oferta mínima posible de la empresa B (la más lejana de la localidad del consumidor). Supongamos que esta oferta mínima es $P_B^{min} = 0$. Entonces,

$$P_A(P_B^{min}) + t \cdot x^2 = 0 + t \cdot (1 - x)^2 \Rightarrow P_A(P_B^{min} = 0) = (1 - x)^2 - x^2 = 1 - 2 \cdot x$$

Siguiendo la expresión (1), podríamos determinar el excedente del bañista como:

$$(2) \quad U(x) = R - P_A(x) - t \cdot x^2 = 2 - (1 - 2 \cdot x) - x^2 = 2 - (1 - x)^2$$

que tiene su único máximo en el centro de la playa (teniendo en cuenta que

$$x \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \Rightarrow \frac{\partial(1 - x)^2}{\partial x} = 2(x - 1) < 0).$$

- Para comparar el régimen discriminatorio con aquel en el que hay un precio uniforme, observamos que la utilidad del mismo bañista sujeto a un precio uniforme sería:

$$(3) \quad U^{Pr\text{-}Uniforme}(x) = R - P^{Uniforme}_A - t \cdot x^2 = 2 - 1 - x^2 = 1 - x^2$$

Para el bañista *central* ubicado en el medio de la playa a una distancia de $500m=0,5km$ de cada una de las dos empresas, la competencia entre empresas sería máxima y el precio de ambas empresas sería 0 . Esto se comprueba fácilmente suponiendo que un aumento infinitesimal ε del precio de una de las dos empresas no aportaría beneficios a la empresa, dado que la otra, con un precio inferior (por ejemplo, $0,9 \cdot \varepsilon$), podría atraer al bañista y ganar beneficios positivos (ver modelo de Bertrand con homogeneidad del producto).

Para un bañista ubicado a la izquierda del bañista *central*, a una distancia x km ($0 \leq x < 0,5$) de la empresa A, la mejor política de precios de ésta última sería fijar un precio (P_A) que evitaría la pérdida del cliente a favor de la otra empresa, para cualquier precio (P_B) mayor que cero.

Tal precio sería uno infinitésimamente inferior al precio $P_A(P_B^{min})$, que empataría, en la localidad del consumidor, la oferta mínima posible de la empresa B (la más lejana de la localidad del consumidor). Supongamos que esta oferta mínima es $P_B^{min} = 0$. Entonces,

$$P_A(P_B^{min}) + t \cdot x^2 = 0 + t \cdot (1 - x)^2 \Rightarrow P_A(P_B^{min} = 0) = (1 - x)^2 - x^2 = 1 - 2 \cdot x$$

Siguiendo la expresión (1), podríamos determinar el excedente del bañista como:

$$(2) \quad U(x) = R - P_A(x) - t \cdot x^2 = 2 - (1 - 2 \cdot x) - x^2 = 2 - (1 - x)^2$$

que tiene su único máximo en el centro de la playa (teniendo en cuenta que

$$x \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \Rightarrow \frac{\partial(1 - x)^2}{\partial x} = 2(x - 1) < 0).$$

- Para comparar el régimen discriminatorio con aquel en el que hay un precio uniforme, observamos que la utilidad del mismo bañista sujeto a un precio uniforme sería:

$$(3) \quad U^{Pr\text{-}Uniforme}(x) = R - P^{Uniforme}_A - t \cdot x^2 = 2 - 1 - x^2 = 1 - x^2$$

que tendrá un máximo en la localidad de cada empresa ($x=0$). Comparando esta observación con la que corresponde al caso de precios discriminitorios, se concluye que:

- *En presencia de precios discriminitorios el bañista central es el que disfruta de un excedente mayor,*
y
- *En presencia de una política de precio uniforme los bañistas localizados en los extremos de la playa son los que disfrutan de un excedente mayor.*

Además, la comparación entre (2) y (3) nos puede informar de los efectos que conlleva, para el excedente del consumidor, el aplicar discriminación de precios :

$$(2) - (3) = \Delta U(x) = 2 - (1 - x)^2 - (1 - x)^2 = 2(1 - (1 + x)^2) = 2 \cdot x \cdot (2 - x)$$

que es positivo para todos los valores de x en el intervalo considerado. En otras palabras:

- *El uso de precios discriminitorios tiene un efecto positivo para cada uno (y la totalidad) de los consumidores. La Asociación de Bañistas Usuarios de Juegos Acuáticos aceptaría con satisfacción la aplicación de una política de discriminación de precios.*

En cuanto al efecto de la discriminación sobre el bienestar social total, cada bañista sobre la playa genera un bienestar repartido entre tres conceptos:

- a) Satisfacción derivada del uso de los juegos, expresada en términos monetarios como R .
- b) El precio P , pagado por cada consumidor a su respectivo proveedor de juegos.
- c) Coste de transporte total pagado por todos los consumidores a lo largo de la playa.

que tendrá un máximo en la localidad de cada empresa ($x=0$). Comparando esta observación con la que corresponde al caso de precios discriminitorios, se concluye que:

- *En presencia de precios discriminitorios el bañista central es el que disfruta de un excedente mayor,*
y
- *En presencia de una política de precio uniforme los bañistas localizados en los extremos de la playa son los que disfrutan de un excedente mayor.*

Además, la comparación entre (2) y (3) nos puede informar de los efectos que conlleva, para el excedente del consumidor, el aplicar discriminación de precios :

$$(2) - (3) = \Delta U(x) = 2 - (1 - x)^2 - (1 - x)^2 = 2(1 - (1 + x)^2) = 2 \cdot x \cdot (2 - x)$$

que es positivo para todos los valores de x en el intervalo considerado. En otras palabras:

- *El uso de precios discriminitorios tiene un efecto positivo para cada uno (y la totalidad) de los consumidores. La Asociación de Bañistas Usuarios de Juegos Acuáticos aceptaría con satisfacción la aplicación de una política de discriminación de precios.*

En cuanto al efecto de la discriminación sobre el bienestar social total, cada bañista sobre la playa genera un bienestar repartido entre tres conceptos:

- a) Satisfacción derivada del uso de los juegos, expresada en términos monetarios como R .
- b) El precio P , pagado por cada consumidor a su respectivo proveedor de juegos.
- c) Coste de transporte total pagado por todos los consumidores a lo largo de la playa.

Respecto a estos tres conceptos, cabe hacer tres observaciones:

O1: Dado que bajo ambos regímenes de precios todos los bañistas sobre la playa consumen el servicio de al menos una de las dos empresas, la satisfacción generada, tras la aplicación de precios discriminatorios, permanece constante.

O2: Cualquier precio pagado por cada consumidor es una *transferencia interna* del mercado playero en cuestión. Así, si se cumple que la cantidad total de clientes (y, en este caso, unidades de producto) no se ve afectada, las variaciones de precio no afectan al bienestar total.

O3: Los costes de transporte totales (desutilidad asociada con la distancia entre cada consumidor y la empresa que le ofrece sus juegos acuáticos) no se ven afectados por variaciones en el precio o en la política de precios.

CONCLUSIÓN: Dadas las observaciones O1-O3, mientras el número de usuarios no se ve afectado por el cambio en la política de precios, no existe ninguna razón por la que se tendría que preferir o desaconsejar la discriminación, a no ser -ver diferencia entre (2) y (3)- que estemos a favor de una transferencia de utilidad a favor de los consumidores.

Respecto a estos tres conceptos, cabe hacer tres observaciones:

O1: Dado que bajo ambos regímenes de precios todos los bañistas sobre la playa consumen el servicio de al menos una de las dos empresas, la satisfacción generada, tras la aplicación de precios discriminatorios, permanece constante.

O2: Cualquier precio pagado por cada consumidor es una *transferencia interna* del mercado playero en cuestión. Así, si se cumple que la cantidad total de clientes (y, en este caso, unidades de producto) no se ve afectada, las variaciones de precio no afectan al bienestar total.

O3: Los costes de transporte totales (desutilidad asociada con la distancia entre cada consumidor y la empresa que le ofrece sus juegos acuáticos) no se ven afectados por variaciones en el precio o en la política de precios.

CONCLUSIÓN: Dadas las observaciones O1-O3, mientras el número de usuarios no se ve afectado por el cambio en la política de precios, no existe ninguna razón por la que se tendría que preferir o desaconsejar la discriminación, a no ser -ver diferencia entre (2) y (3)- que estemos a favor de una transferencia de utilidad a favor de los consumidores.

Ejercicio 10:

Rellenando las celdas vacías de las tablas 1 y 2, demuestra que la estrategia dominante de cada empresa en un pacto de cooperación *vertical* y *horizontal* es, respectivamente, la de *respetar* y *no respetar* el pacto. Considera el caso sencillo de una función inversa de la demanda lineal y empresas con costes lineales (sin costes fijos) que, en el caso de la cooperación horizontal, si no respetan (ambas o una de las dos empresas) el acuerdo, compiten en cantidades. En el caso de cooperación vertical, considera el caso de un monopolio secuencial que vende su producto final a un mercado con función de demanda lineal y con costes variables y fijos iguales a cero (que corresponde al caso en el que los precios equivalen al margen comercial neto de costes).

TABLA 1: Acuerdo Horizontal

	EMPRESA 2: Respetar	EMPRESA 2: No Respetar
EMPRESA 1: Respetar	(Π_1, Π_2) { si 1 y 2 Respetan }	(Π_1, Π_2) { 1 Respetar, 2 No Respetar }
EMPRESA 1: No Respetar	(Π_1, Π_2) { 1 No Respetar , 2 Respetar }	(Π_1, Π_2) { 1 No Respetar, 2 No Respetar }

TABLA 2: Acuerdo Vertical

	EMPRESA 2: Respetar	EMPRESA 2: No Respetar
EMPRESA 1: Respetar	(Π_1, Π_2) { si 1 y 2 Respetan }	(Π_1, Π_2) { 1 Respetar, 2 No Respetar }
EMPRESA 1: No Respetar	(Π_1, Π_2) { 1 No Respetar , 2 Respetar }	(Π_1, Π_2) { 1 No Respetar, 2 No Respetar }

Ejercicio 10:

Rellenando las celdas vacías de las tablas 1 y 2, demuestra que la estrategia dominante de cada empresa en un pacto de cooperación *vertical* y *horizontal* es, respectivamente, la de *respetar* y *no respetar* el pacto. Considera el caso sencillo de una función inversa de la demanda lineal y empresas con costes lineales (sin costes fijos) que, en el caso de la cooperación horizontal, si no respetan (ambas o una de las dos empresas) el acuerdo, compiten en cantidades. En el caso de cooperación vertical, considera el caso de un monopolio secuencial que vende su producto final a un mercado con función de demanda lineal y con costes variables y fijos iguales a cero (que corresponde al caso en el que los precios equivalen al margen comercial neto de costes).

TABLA 1: Acuerdo Horizontal

	EMPRESA 2: Respetar	EMPRESA 2: No Respetar
EMPRESA 1: Respetar	(Π_1, Π_2) { si 1 y 2 Respetan }	(Π_1, Π_2) { 1 Respetar, 2 No Respetar }
EMPRESA 1: No Respetar	(Π_1, Π_2) { 1 No Respetar , 2 Respetar }	(Π_1, Π_2) { 1 No Respetar, 2 No Respetar }

TABLA 2: Acuerdo Vertical

	EMPRESA 2: Respetar	EMPRESA 2: No Respetar
EMPRESA 1: Respetar	(Π_1, Π_2) { si 1 y 2 Respetan }	(Π_1, Π_2) { 1 Respetar, 2 No Respetar }
EMPRESA 1: No Respetar	(Π_1, Π_2) { 1 No Respetar , 2 Respetar }	(Π_1, Π_2) { 1 No Respetar, 2 No Respetar }

Solución:

Es conveniente tratar los casos de integración horizontal y vertical por separado.

Acuerdo (integración) horizontal

Sabemos que si dos empresas con costes lineales (coste marginal constante igual a c) y sin costes fijos compien en cantidades (Cournot), en un mercado de un producto homogéneo con función inversa de la demanda $P=a-bq$, el equilibrio de Cournot implica cantidades, precio de mercado y beneficios individuales iguales a (ver tabla en el apéndice):

$$\begin{aligned} q_i^{Cournot} &= \frac{a-c}{3b} \\ p^{Cournot} &= \frac{a+2c}{3} \\ \Pi_i^{Cournot} &= \frac{(a-c)^2}{9b} \end{aligned}$$

Por otra parte, sabemos que un monopolista (o un cártel entre las dos empresas) producirá la cantidad que maximiza el beneficio total, que corresponde a cantidades individuales, precio y beneficios de cada integrante del cártel:

$$\begin{aligned} q_i^{Colusivo} &= \frac{a-c}{4b} \\ p^{Colusivo} &= \frac{a+c}{2} \\ \Pi_i^{Colusivo} &= \frac{(a-c)^2}{8b} \end{aligned}$$

Los beneficios en (1) y (2) corresponden, respectivamente, a las celdas abajo-izquierda y arriba-derecha de la primera tabla (nótese que ambas situaciones son simétricas respecto a las dos empresas).

Solución:

Es conveniente tratar los casos de integración horizontal y vertical por separado.

Acuerdo (integración) horizontal

Sabemos que si dos empresas con costes lineales (coste marginal constante igual a c) y sin costes fijos compien en cantidades (Cournot), en un mercado de un producto homogéneo con función inversa de la demanda $P=a-bq$, el equilibrio de Cournot implica cantidades, precio de mercado y beneficios individuales iguales a (ver tabla en el apéndice):

$$\begin{aligned} q_i^{Cournot} &= \frac{a-c}{3b} \\ p^{Cournot} &= \frac{a+2c}{3} \\ \Pi_i^{Cournot} &= \frac{(a-c)^2}{9b} \end{aligned}$$

Por otra parte, sabemos que un monopolista (o un cártel entre las dos empresas) producirá la cantidad que maximiza el beneficio total, que corresponde a cantidades individuales, precio y beneficios de cada integrante del cártel:

$$\begin{aligned} q_i^{Colusivo} &= \frac{a-c}{4b} \\ p^{Colusivo} &= \frac{a+c}{2} \\ \Pi_i^{Colusivo} &= \frac{(a-c)^2}{8b} \end{aligned}$$

Los beneficios en (1) y (2) corresponden, respectivamente, a las celdas abajo-izquierda y arriba-derecha de la primera tabla (nótese que ambas situaciones son simétricas respecto a las dos empresas).

Ahora tenemos que tratar el caso en el que una de las dos empresas decide hacer “trampas” a su rival y producir el output que maximiza su beneficio individual, sujeto al hecho de que su partner en el cártel respetará el acuerdo. Esto es, dado que una empresa produce el output colusivo, la otra, en lugar de producir el nivel pactado de output, produce el output que maximiza su beneficio:

$$\left. \begin{aligned} \Pi_i^{Trampas} &\Rightarrow \max_{q_i} \Pi_i \\ \text{s.a.} \quad q_j &= \frac{a-c}{4b} = q_j^{Colusivo} \\ q_i^{Trampas} &= \frac{3(a-c)}{8b} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\partial((a-bq_i-bq_j-c) \cdot q_i)}{\partial q_i} = 0 \Rightarrow a-c-\frac{a-c}{4} = 2bq_i \Rightarrow$$

Por su parte, la empresa j , que respeta el pacto, produce la mitad del output del monopolio, como se observa en la restricción que tuvo en cuenta la empresa i , la empresa “tramposa”. Ello da lugar al siguiente output total, precio y beneficios individuales, que pueden utilizarse para rellenar el resto (celdas arriba derecha y abajo izquierda) de la primera tabla:

$$\begin{aligned} q_{Total}^{Trampas} &= q_i^{Trampas} + q_j^{Colusivo} = \\ &\frac{3(a-c)}{8b} + \frac{(a-c)}{4b} = \frac{5(a-c)}{8b} \\ p &= \frac{3a+5c}{8} \\ \Pi_i^{Trampas} &= \frac{9(a-c)^2}{64b} \\ \Pi_j^{Trampas} &= \frac{3(a-c)^2}{32b} \end{aligned} \quad (3)$$

La tabla 1 se completa como sigue:

Ahora tenemos que tratar el caso en el que una de las dos empresas decide hacer “trampas” a su rival y producir el output que maximiza su beneficio individual, sujeto al hecho de que su partner en el cártel respetará el acuerdo. Esto es, dado que una empresa produce el output colusivo, la otra, en lugar de producir el nivel pactado de output, produce el output que maximiza su beneficio:

$$\left. \begin{aligned} \Pi_i^{Trampas} &\Rightarrow \max_{q_i} \Pi_i \\ \text{s.a.} \quad q_j &= \frac{a-c}{4b} = q_j^{Colusivo} \\ q_i^{Trampas} &= \frac{3(a-c)}{8b} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\partial((a-bq_i-bq_j-c) \cdot q_i)}{\partial q_i} = 0 \Rightarrow a-c-\frac{a-c}{4} = 2bq_i \Rightarrow$$

Por su parte, la empresa j , que respeta el pacto, produce la mitad del output del monopolio, como se observa en la restricción que tuvo en cuenta la empresa i , la empresa “tramposa”. Ello da lugar al siguiente output total, precio y beneficios individuales, que pueden utilizarse para rellenar el resto (celdas arriba derecha y abajo izquierda) de la primera tabla:

$$\begin{aligned} q_{Total}^{Trampas} &= q_i^{Trampas} + q_j^{Colusivo} = \\ &\frac{3(a-c)}{8b} + \frac{(a-c)}{4b} = \frac{5(a-c)}{8b} \\ p &= \frac{3a+5c}{8} \\ \Pi_i^{Trampas} &= \frac{9(a-c)^2}{64b} \\ \Pi_j^{Trampas} &= \frac{3(a-c)^2}{32b} \end{aligned} \quad (3)$$

La tabla 1 se completa como sigue:

TABLA 1: Acuerdo Horizontal

	EMPRESA 2: Respetar	EMPRESA 2: No Respetar
EMPRESA 1: Respetar	$\frac{(a-c)^2}{8b}, \frac{(a-c)^2}{8b}$	$\frac{3(a-c)^2}{32b}, \frac{9(a-c)^2}{64b}$
EMPRESA 1: No Respetar	$\frac{9(a-c)^2}{64b}, \frac{3(a-c)^2}{32b}$	$\frac{(a-c)^2}{9b}, \frac{(a-c)^2}{9b}$

Supongamos que la empresa 2 respeta el pacto. Es fácil comprobar que la empresa 1, considerando su posibilidad de respetar o no respetar el pacto, se dará cuenta de que lo mejor que puede hacer es no respetar el pacto (porque $1/8 < 9/64$). Supón ahora que la 2 no respeta el pacto. Entonces, la empresa 1 se dará cuenta de que lo mejor que puede hacer es no respetar el pacto (pues $3/32 < 1/9$). En otras palabras, haga lo que haga la empresa 2, la mejor estrategia (estrategia dominante) para la empresa 1 es no respetar el pacto. Lo mismo sucede con la empresa 2 y, como consecuencia, el pacto no se firmará o, si se firma, (además de ilegal) será inestable.

Acuerdo (integración) vertical

Es mucho más fácil completar la tabla 2 que la 1. Y ello porque la empresa suministradora (sea, por ejemplo, la empresa 1) siempre fijará el mismo margen comercial (quiera respetar o no el pacto): el margen del monopolio. Para comprobar esto, supongamos la siguiente situación:

SIN INTEGRACION VERTICAL:

La empresa 1 tiene un coste c por unidad de producto vendida a la empresa 2, y añade un margen de beneficio, por unidad, igual a M . La empresa 2 vende el producto final teniendo como costes el precio pagado a su suministradora más otro margen comercial, m . La demanda Q de producto final es función decreciente del precio al consumidor: $P=c+M+m$, como indica la expresión:

TABLA 1: Acuerdo Horizontal

	EMPRESA 2: Respetar	EMPRESA 2: No Respetar
EMPRESA 1: Respetar	$\frac{(a-c)^2}{8b}, \frac{(a-c)^2}{8b}$	$\frac{3(a-c)^2}{32b}, \frac{9(a-c)^2}{64b}$
EMPRESA 1: No Respetar	$\frac{9(a-c)^2}{64b}, \frac{3(a-c)^2}{32b}$	$\frac{(a-c)^2}{9b}, \frac{(a-c)^2}{9b}$

Supongamos que la empresa 2 respeta el pacto. Es fácil comprobar que la empresa 1, considerando su posibilidad de respetar o no respetar el pacto, se dará cuenta de que lo mejor que puede hacer es no respetar el pacto (porque $1/8 < 9/64$). Supón ahora que la 2 no respeta el pacto. Entonces, la empresa 1 se dará cuenta de que lo mejor que puede hacer es no respetar el pacto (pues $3/32 < 1/9$). En otras palabras, haga lo que haga la empresa 2, la mejor estrategia (estrategia dominante) para la empresa 1 es no respetar el pacto. Lo mismo sucede con la empresa 2 y, como consecuencia, el pacto no se firmará o, si se firma, (además de ilegal) será inestable.

Acuerdo (integración) vertical

Es mucho más fácil completar la tabla 2 que la 1. Y ello porque la empresa suministradora (sea, por ejemplo, la empresa 1) siempre fijará el mismo margen comercial (quiera respetar o no el pacto): el margen del monopolio. Para comprobar esto, supongamos la siguiente situación:

SIN INTEGRACION VERTICAL:

La empresa 1 tiene un coste c por unidad de producto vendida a la empresa 2, y añade un margen de beneficio, por unidad, igual a M . La empresa 2 vende el producto final teniendo como costes el precio pagado a su suministradora más otro margen comercial, m . La demanda Q de producto final es función decreciente del precio al consumidor: $P=c+M+m$, como indica la expresión:

$$Q = a - b \cdot P = a - b \cdot (c + m + M)$$

La empresa 1, antes de decidir su margen óptimo, tendrá en cuenta el comportamiento maximizador de beneficios de su distribuidora 2:

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= m \cdot Q = m(a - bm - bM - bc) \Rightarrow \\ \frac{\partial \Pi_2}{\partial m} &= 0 \Rightarrow a - 2bm - bM - bc = 0 \Rightarrow \\ m &= \frac{a - bc}{2b} - \frac{M}{2} \end{aligned}$$

*FUNCION
DE
REACCION(2)*

para escribir su propia función de beneficios y determinar su comportamiento óptimo:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= M \cdot Q = M(a - bm - bM - bc) = M \left[a - b \left(\frac{a - bc}{2b} - \frac{M}{2} \right) - bM - bc \right] = \\ &= M \left(\frac{a - bc - bM}{2} \right) \Rightarrow \frac{\partial \Pi_1}{\partial M} = 0 \Rightarrow M = \frac{a - bc}{2b} \end{aligned}$$

La sustitución de este margen óptimo de la empresa 1 en la función de reacción de la empresa 2, implica:

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{a - bc}{4b} \\ P &= c + m + M = c + \frac{3(a - bc)}{4b} \\ Q &= a - bP = a - bc - \frac{3(a - bc)}{4} = \frac{a - bc}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \Pi_1^0 &= \frac{(a - bc)^2}{8b} \\ \Pi_2^0 &= \frac{(a - bc)^2}{16b} \end{aligned} \right.$$

CON INTEGRACION VERTICAL:

Si las dos empresas se integran en una, la transferencia de producto entre la primera y la segunda empresa se hace sin la necesidad de una compensación

$$Q = a - b \cdot P = a - b \cdot (c + m + M)$$

La empresa 1, antes de decidir su margen óptimo, tendrá en cuenta el comportamiento maximizador de beneficios de su distribuidora 2:

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= m \cdot Q = m(a - bm - bM - bc) \Rightarrow \\ \frac{\partial \Pi_2}{\partial m} &= 0 \Rightarrow a - 2bm - bM - bc = 0 \Rightarrow \\ m &= \frac{a - bc}{2b} - \frac{M}{2} \end{aligned}$$

*FUNCION
DE
REACCION(2)*

para escribir su propia función de beneficios y determinar su comportamiento óptimo:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= M \cdot Q = M(a - bm - bM - bc) = M \left[a - b \left(\frac{a - bc}{2b} - \frac{M}{2} \right) - bM - bc \right] = \\ &= M \left(\frac{a - bc - bM}{2} \right) \Rightarrow \frac{\partial \Pi_1}{\partial M} = 0 \Rightarrow M = \frac{a - bc}{2b} \end{aligned}$$

La sustitución de este margen óptimo de la empresa 1 en la función de reacción de la empresa 2, implica:

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{a - bc}{4b} \\ P &= c + m + M = c + \frac{3(a - bc)}{4b} \\ Q &= a - bP = a - bc - \frac{3(a - bc)}{4} = \frac{a - bc}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \Pi_1^0 &= \frac{(a - bc)^2}{8b} \\ \Pi_2^0 &= \frac{(a - bc)^2}{16b} \end{aligned} \right.$$

CON INTEGRACION VERTICAL:

Si las dos empresas se integran en una, la transferencia de producto entre la primera y la segunda empresa se hace sin la necesidad de una compensación

monetaria interna. El margen μ , que es óptimo para la empresa integrada, es el que maximiza el beneficio común:

$$\begin{aligned}\Pi &= \mu \cdot (a - bP) = \mu \cdot (a - bc - b\mu) \Rightarrow \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \mu} &= 0 \Rightarrow \mu = \frac{a - bc}{2b}\end{aligned}$$

Que implica:

$$\begin{aligned}P &= c + \frac{a - bc}{2b} \\ Q &= a - bc - b \frac{a - bc}{2b} = \frac{a - bc}{2} \\ \gamma \\ \Pi^0 &= \mu \frac{a - bc}{2b} = \frac{(a - bc)^2}{4b}\end{aligned}$$

cuyo reparto, a medias, entre las dos empresas integradas verticalmente, supone:

$$\frac{\Pi^0}{2} = \frac{(a - bc)^2}{8b}$$

que es igual a los beneficios de la empresa I antes del acuerdo vertical.

Por lo tanto, la posibilidad de optar por una estrategia es relevante sólo para la empresa 2, que tiene que elegir entre fijar un margen extra (añadiéndolo al de la empresa I), reduciendo así los beneficios totales y, especialmente, los suyos, o respetar el pacto y ganar la mitad de los beneficios de un monopolio que, como ya se ha visto en las sesiones teóricas, se cumple siempre. Así, el ejercicio de demostrar formalmente que “respetar” es una estrategia dominante (en el caso de la I , débilmente dominante, en el sentido de que “respetar” y “no respetar” le reportan los mismos beneficios) es una tarea trivial y se deja para el alumno.

monetaria interna. El margen μ , que es óptimo para la empresa integrada, es el que maximiza el beneficio común:

$$\begin{aligned}\Pi &= \mu \cdot (a - bP) = \mu \cdot (a - bc - b\mu) \Rightarrow \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \mu} &= 0 \Rightarrow \mu = \frac{a - bc}{2b}\end{aligned}$$

Que implica:

$$\begin{aligned}P &= c + \frac{a - bc}{2b} \\ Q &= a - bc - b \frac{a - bc}{2b} = \frac{a - bc}{2} \\ \gamma \\ \Pi^0 &= \mu \frac{a - bc}{2b} = \frac{(a - bc)^2}{4b}\end{aligned}$$

cuyo reparto, a medias, entre las dos empresas integradas verticalmente, supone:

$$\frac{\Pi^0}{2} = \frac{(a - bc)^2}{8b}$$

que es igual a los beneficios de la empresa I antes del acuerdo vertical.

Por lo tanto, la posibilidad de optar por una estrategia es relevante sólo para la empresa 2, que tiene que elegir entre fijar un margen extra (añadiéndolo al de la empresa I), reduciendo así los beneficios totales y, especialmente, los suyos, o respetar el pacto y ganar la mitad de los beneficios de un monopolio que, como ya se ha visto en las sesiones teóricas, se cumple siempre. Así, el ejercicio de demostrar formalmente que “respetar” es una estrategia dominante (en el caso de la I , débilmente dominante, en el sentido de que “respetar” y “no respetar” le reportan los mismos beneficios) es una tarea trivial y se deja para el alumno.

Ejercicio 11:

1. Halla analíticamente y representa gráficamente el equilibrio en un mercado cuya estructura corresponde al modelo teórico de *competencia monopolística*, considerando que la función inversa de la demanda residual a la que se enfrenta cada empresa viene dada por:

(1)

$$p = a - b \cdot q$$

y que los costes de producción de cada empresa vienen expresados como:

(2)

$$C(q) = f + c \cdot q$$

2. Determina qué condición tienen que satisfacer los parámetros de las expresiones (1) y (2) para que el equilibrio hallado corresponda al modelo teórico anteriormente mencionado.

Ejercicio 11:

1. Halla analíticamente y representa gráficamente el equilibrio en un mercado cuya estructura corresponde al modelo teórico de *competencia monopolística*, considerando que la función inversa de la demanda residual a la que se enfrenta cada empresa viene dada por:

(1)

$$p = a - b \cdot q$$

y que los costes de producción de cada empresa vienen expresados como:

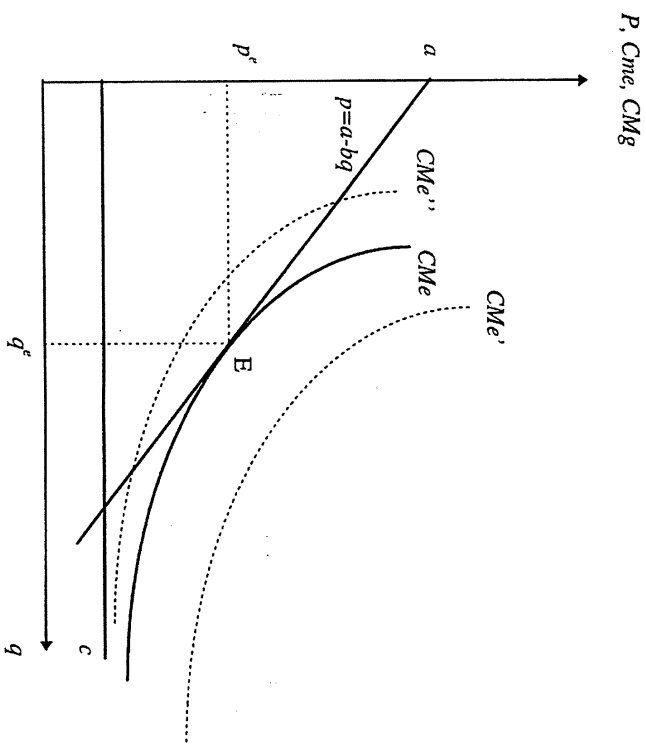
(2)

$$C(q) = f + c \cdot q$$

2. Determina qué condición tienen que satisfacer los parámetros de las expresiones (1) y (2) para que el equilibrio hallado corresponda al modelo teórico anteriormente mencionado.

Solución:

En primer lugar, sabemos que, en competencia monopolística, las empresas producen cantidades que igualan su coste medio al precio del mercado, enfrentándose a su demanda residual. Esta situación se resume gráficamente con el cumplimiento de la condición de tangencia (un único punto común) entre la curva de costes medios y la función inversa de la demanda como indica la gráfica:

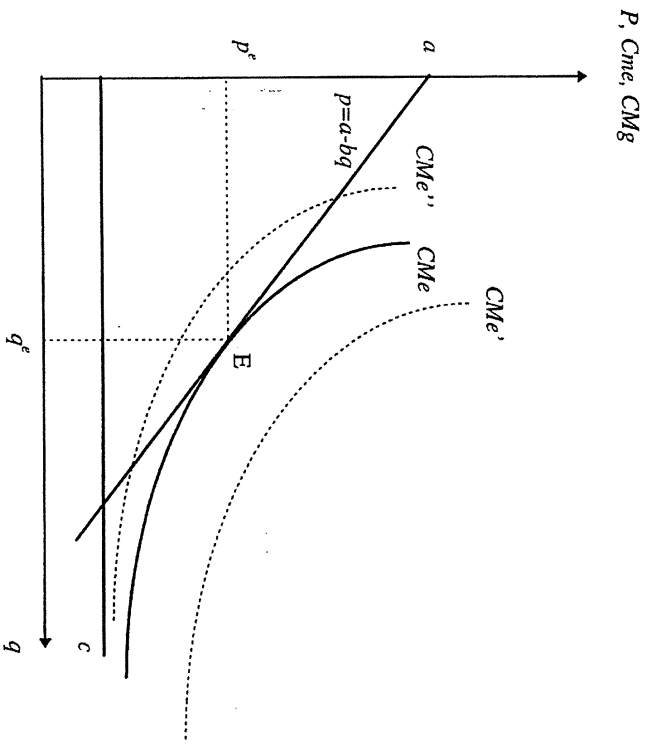


Es evidente que el equilibrio *E* corresponde a la *única* solución de la ecuación: $P=CMe$, es decir:

$$p = a - bq = CMe(q) = \frac{f + cq}{q} = \frac{f}{q} + c \Rightarrow a - c = bq + \frac{f}{q} \Rightarrow (a - c)q = bq^2 + f \Rightarrow bq^2 - (a - c)q + f = 0$$

Solución:

En primer lugar, sabemos que, en competencia monopolística, las empresas producen cantidades que igualan su coste medio al precio del mercado, enfrentándose a su demanda residual. Esta situación se resume gráficamente con el cumplimiento de la condición de tangencia (un único punto común) entre la curva de costes medios y la función inversa de la demanda como indica la gráfica:



Es evidente que el equilibrio *E* corresponde a la *única* solución de la ecuación: $P=CMe$, es decir:

$$p = a - bq = CMe(q) = \frac{f + cq}{q} = \frac{f}{q} + c \Rightarrow a - c = bq + \frac{f}{q} \Rightarrow (a - c)q = bq^2 + f \Rightarrow bq^2 - (a - c)q + f = 0$$

Sin embargo, para que esta ecuación tenga *una* raíz, siendo una ecuación de segundo grado, tiene que poder ser escrita como una diferencia elevada al cuadrado. Observa que esta condición se cumple si:

$$(3) \qquad a - c = 2\sqrt{bf} \text{ .}$$

Si esto es verdad, la ecuación se transforma en:

$$bq^2 - 2\sqrt{bf} \cdot q + f = 0 \Rightarrow (q\sqrt{b})^2 - 2q\sqrt{bf} + (\sqrt{f})^2 = 0 \Rightarrow (q\sqrt{b} - \sqrt{f})^2 = 0 \Rightarrow$$

$$q^e = \sqrt{\frac{f}{b}} \Rightarrow p^e = \sqrt{bf} + c = a - \sqrt{bf}$$

En los demás casos (si no se cumple la condición (3)), se puede observar (ver curvas Cme' y CMe'' en la gráfica) fácilmente que la ecuación $P=CMe$ tendrá dos raíces o ninguna solución, lo cual contradice la condición de equilibrio en competencia monopolística.

Sin embargo, para que esta ecuación tenga *una* raíz, siendo una ecuación de segundo grado, tiene que poder ser escrita como una diferencia elevada al cuadrado. Observa que esta condición se cumple si:

$$(3) \qquad a - c = 2\sqrt{bf} \text{ .}$$

Si esto es verdad, la ecuación se transforma en:

$$bq^2 - 2\sqrt{bf} \cdot q + f = 0 \Rightarrow (q\sqrt{b})^2 - 2q\sqrt{bf} + (\sqrt{f})^2 = 0 \Rightarrow (q\sqrt{b} - \sqrt{f})^2 = 0 \Rightarrow$$

$$q^e = \sqrt{\frac{f}{b}} \Rightarrow p^e = \sqrt{bf} + c = a - \sqrt{bf}$$

En los demás casos (si no se cumple la condición (3)), se puede observar (ver curvas Cme' y CMe'' en la gráfica) fácilmente que la ecuación $P=CMe$ tendrá dos raíces o ninguna solución, lo cual contradice la condición de equilibrio en competencia monopolística.

Ejercicio 12:

En un lago circular con perímetro $l\text{ km}$ se hallan, equidistantemente localizados, N restaurantes cuya clientela potencial es una población de bañistas (cuyo individuo representativo denotamos con i) que suelen estar uniformemente distribuidos -con densidad $d=1$ *bañista/metro*- sobre la playa del lago. Cada uno de ellos comerá *un menú*, una vez al día, en uno de los restaurantes, disfrutando de una utilidad neta expresada en términos monetarios como:

(1)
$$U_i = R - P_j - t \cdot x_{ij}$$

donde P_j es el precio que cobra el restaurante j en el que decide comer el consumidor i .

De hecho, el consumidor i preferirá el menú del restaurante j frente al del restaurante $k \in \{j+1, j-1\}$ (el rival más cercano a la derecha o a la izquierda de j) si el *precio generalizado* (definido como $P_j + t \cdot x_{ij}$) del primero no es mayor que el *precio generalizado* del segundo en la localidad del consumidor. Esto es, si la suma de la desutilidad producida por el hecho de pagar un precio P_j y del coste psicológico relacionado con tener que andar una distancia x_{ij} bajo el fuerte sol, expresado en términos monetarios como $t \cdot x_{ij}$ (la pérdida de utilidad por cansancio es función *lineal* de la distancia a caminar medida en km) no excede el precio generalizado que correspondería a la decisión de ir a comer al restaurante rival de j .

Si $\left\{ \begin{matrix} R = 12u.m. \\ t = 1u.m./\text{km} \end{matrix} \right\}$ y, considerando que las empresas se enfrentan diariamente a unos costes fijos F que son independientes de los menús vendidos,

- ¿Cuántas serán las empresas que sobrevivirán en este mercado a largo plazo?.

Ejercicio 12:

En un lago circular con perímetro $l\text{ km}$ se hallan, equidistantemente localizados, N restaurantes cuya clientela potencial es una población de bañistas (cuyo individuo representativo denotamos con i) que suelen estar uniformemente distribuidos -con densidad $d=1$ *bañista/metro*- sobre la playa del lago. Cada uno de ellos comerá *un menú*, una vez al día, en uno de los restaurantes, disfrutando de una utilidad neta expresada en términos monetarios como:

(1)
$$U_i = R - P_j - t \cdot x_{ij}$$

donde P_j es el precio que cobra el restaurante j en el que decide comer el consumidor i .

De hecho, el consumidor i preferirá el menú del restaurante j frente al del restaurante $k \in \{j+1, j-1\}$ (el rival más cercano a la derecha o a la izquierda de j) si el *precio generalizado* (definido como $P_j + t \cdot x_{ij}$) del primero no es mayor que el *precio generalizado* del segundo en la localidad del consumidor. Esto es, si la suma de la desutilidad producida por el hecho de pagar un precio P_j y del coste psicológico relacionado con tener que andar una distancia x_{ij} bajo el fuerte sol, expresado en términos monetarios como $t \cdot x_{ij}$ (la pérdida de utilidad por cansancio es función *lineal* de la distancia a caminar medida en km) no excede el precio generalizado que correspondería a la decisión de ir a comer al restaurante rival de j .

Si $\left\{ \begin{matrix} R = 12u.m. \\ t = 1u.m./\text{km} \end{matrix} \right\}$ y, considerando que las empresas se enfrentan diariamente a unos costes fijos F que son independientes de los menús vendidos,

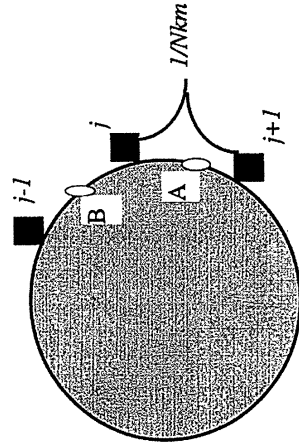
- ¿Cuántas serán las empresas que sobrevivirán en este mercado a largo plazo?.

En ese caso:

- ¿Cuáles serán sus precios, sus beneficios, sus alcances geográficos y sus demandas medidas en número de clientes? Comenta brevemente.

Solución:

La empresa representativa resuelve la situación en la que compite en precios con las demás empresas.



Resumimos el proceso de determinación de los precios de equilibrio en los siguientes pasos:

i) Condición de indiferencia:

Para cada configuración de precios P_j, P_{j+1}, P_{j-1} , existirán dos localidades A, entre j y $j+1$ y B, entre j y $j-1$ a distancias, respectivamente, x_1, x_0 de j , cuyo correspondiente bañista será indiferente entre ser cliente de j y ser cliente del rival de j que corresponde a su localidad. Eso implica:

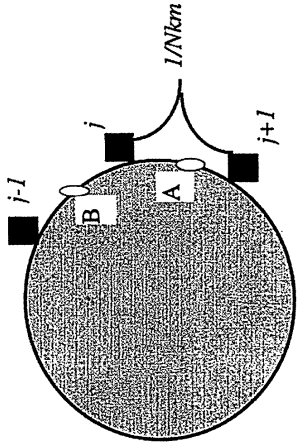
$$P_j + 1 \cdot x_1 = P_{j+1} + 1 \cdot \left(\frac{1}{n} - x_1 \right) \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2n} + \frac{P_{j+1} - P_j}{2}$$
$$P_j + 1 \cdot x_0 = P_{j-1} + 1 \cdot \left(\frac{1}{n} - x_0 \right) \Rightarrow x_0 = \frac{1}{2n} + \frac{P_{j-1} - P_j}{2}$$

En ese caso:

- ¿Cuáles serán sus precios, sus beneficios, sus alcances geográficos y sus demandas medidas en número de clientes? Comenta brevemente.

Solución:

La empresa representativa resuelve la situación en la que compite en precios con las demás empresas.



Resumimos el proceso de determinación de los precios de equilibrio en los siguientes pasos:

i) Condición de indiferencia:

Para cada configuración de precios P_j, P_{j+1}, P_{j-1} , existirán dos localidades A, entre j y $j+1$ y B, entre j y $j-1$ a distancias, respectivamente, x_1, x_0 de j , cuyo correspondiente bañista será indiferente entre ser cliente de j y ser cliente del rival de j que corresponde a su localidad. Eso implica:

$$P_j + 1 \cdot x_1 = P_{j+1} + 1 \cdot \left(\frac{1}{n} - x_1 \right) \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2n} + \frac{P_{j+1} - P_j}{2}$$
$$P_j + 1 \cdot x_0 = P_{j-1} + 1 \cdot \left(\frac{1}{n} - x_0 \right) \Rightarrow x_0 = \frac{1}{2n} + \frac{P_{j-1} - P_j}{2}$$

ii) Escribir demandas y beneficios en términos de los precios:

La empresa venderá a todos los bañistas comprendidos entre A y B. Así, su alcance geográfico (AG_j) será:

$$AG_j = x_1 + x_0 = \frac{1}{n} + \frac{P_{j+1} + P_{j-1} - 2P_j}{2}$$

y su demanda, $q_j = AG_j \cdot d$ (recuerda: $d = 1 \text{bañista/metro} = 1000 \text{bañistas/km}$), será:

$$q_j = AG_j \cdot d = (x_1 + x_0) \text{km} \cdot 1.000 \frac{\text{bañistas}}{\text{km}} = \left(\frac{1}{n} + \frac{P_{j+1} + P_{j-1} - 2 \cdot P_j}{2} \right) \cdot 1.000 \text{bañistas}$$

que implica unos beneficios:

$$\Pi_j = 1.000 \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{P_{j+1} + P_{j-1} - 2 \cdot P_j}{2} \right) \cdot P_j - F$$

iii) Condiciones de primer orden y funciones de reacción:

Para determinar el equilibrio en la etapa de competencia en precios, obtenemos las condiciones de primer orden que tiene que satisfacer el equilibrio de Bertrand:

$$\frac{\partial \Pi_j}{\partial P_j} = 0 \Rightarrow 1.000 \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{P_{j+1} + P_{j-1}}{2} \right) = 2.000 \cdot P_j \Rightarrow P_j = \frac{1}{2 \cdot n} + \frac{P_{j+1} + P_{j-1}}{4}$$

$\widehat{\text{PRECIO-FUNCION}}^{\text{DE REACCION}}(j)$

iv) Determinación de precios y beneficios de equilibrio:

Para determinar los precios de equilibrio, resolvemos el sistema de las *funciones de reacción* obtenidas en el apartado anterior, utilizando la hipótesis de simetría: $P_j = P_{j+1} = P_{j-1} = P$

ii) Escribir demandas y beneficios en términos de los precios:

La empresa venderá a todos los bañistas comprendidos entre A y B. Así, su alcance geográfico (AG_j) será:

$$AG_j = x_1 + x_0 = \frac{1}{n} + \frac{P_{j+1} + P_{j-1} - 2P_j}{2}$$

y su demanda, $q_j = AG_j \cdot d$ (recuerda: $d = 1 \text{bañista/metro} = 1000 \text{bañistas/km}$), será:

$$q_j = AG_j \cdot d = (x_1 + x_0) \text{km} \cdot 1.000 \frac{\text{bañistas}}{\text{km}} = \left(\frac{1}{n} + \frac{P_{j+1} + P_{j-1} - 2 \cdot P_j}{2} \right) \cdot 1.000 \text{bañistas}$$

que implica unos beneficios:

$$\Pi_j = 1.000 \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{P_{j+1} + P_{j-1} - 2 \cdot P_j}{2} \right) \cdot P_j - F$$

iii) Condiciones de primer orden y funciones de reacción:

Para determinar el equilibrio en la etapa de competencia en precios, obtenemos las condiciones de primer orden que tiene que satisfacer el equilibrio de Bertrand:

$$\frac{\partial \Pi_j}{\partial P_j} = 0 \Rightarrow 1.000 \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{P_{j+1} + P_{j-1}}{2} \right) = 2.000 \cdot P_j \Rightarrow P_j = \frac{1}{2 \cdot n} + \frac{P_{j+1} + P_{j-1}}{4}$$

$\widehat{\text{PRECIO-FUNCION}}^{\text{DE REACCION}}(j)$

iv) Determinación de precios y beneficios de equilibrio:

Para determinar los precios de equilibrio, resolvemos el sistema de las *funciones de reacción* obtenidas en el apartado anterior, utilizando la hipótesis de simetría: $P_j = P_{j+1} = P_{j-1} = P$

$$P = \frac{1}{n} u.m.$$

cuya sustitución en la función de beneficios da:

$$\Pi = \frac{1.000}{n^2} - F$$

v) Determinación del número de empresas a largo plazo:

De la función de beneficios de equilibrio, obtenemos el número de empresas que existirán en el lago, suponiendo que, a largo plazo, habrá un número de empresas n^* que tendrán, todas ellas, beneficios nulos. En esta situación, la entrada de más empresas no sería rentable, y la salida de empresas contribuiría a un aumento del beneficio de las empresas participantes, fenómeno que atraería la entrada de nuevas empresas hasta alcanzar de nuevo n^* .

La condición de beneficios cero se satisface para:

$$n^* = \sqrt{\frac{1.000}{F}}$$

vi) Determinación de otras magnitudes a largo plazo:

Precio: $P^* = \sqrt{\frac{F}{1.000}}$

Alcance Geográfico: $AG^* = \sqrt{\frac{F}{1.000}}$

Demanda: $q^* = \sqrt{1.000 \cdot F}$

$$P = \frac{1}{n} u.m.$$

cuya sustitución en la función de beneficios da:

$$\Pi = \frac{1.000}{n^2} - F$$

v) Determinación del número de empresas a largo plazo:

De la función de beneficios de equilibrio, obtenemos el número de empresas que existirán en el lago, suponiendo que, a largo plazo, habrá un número de empresas n^* que tendrán, todas ellas, beneficios nulos. En esta situación, la entrada de más empresas no sería rentable, y la salida de empresas contribuiría a un aumento del beneficio de las empresas participantes, fenómeno que atraería la entrada de nuevas empresas hasta alcanzar de nuevo n^* .

La condición de beneficios cero se satisface para:

$$n^* = \sqrt{\frac{1.000}{F}}$$

vi) Determinación de otras magnitudes a largo plazo:

Precio: $P^* = \sqrt{\frac{F}{1.000}}$

Alcance Geográfico: $AG^* = \sqrt{\frac{F}{1.000}}$

Demanda: $q^* = \sqrt{1.000 \cdot F}$

Comentario: Los costes fijos afectan negativamente al número de empresas que se pueden establecer en el mercado a largo plazo. Es por eso que cuanto mayores son los costes fijos, mayores son los precios, los alcances y las demandas de las empresas del mercado. La densidad de los clientes afecta positivamente al número de empresas y, por eso, tiene un efecto negativo sobre los precios y el alcance geográfico de cada empresa, mientras tiene un efecto positivo sobre las demandas a largo plazo. Recuerda que los beneficios son, por definición, iguales a *cero*.

Comentario: Los costes fijos afectan negativamente al número de empresas que se pueden establecer en el mercado a largo plazo. Es por eso que cuanto mayores son los costes fijos, mayores son los precios, los alcances y las demandas de las empresas del mercado. La densidad de los clientes afecta positivamente al número de empresas y, por eso, tiene un efecto negativo sobre los precios y el alcance geográfico de cada empresa, mientras tiene un efecto positivo sobre las demandas a largo plazo. Recuerda que los beneficios son, por definición, iguales a *cero*.

Ejercicio 13:

1. Las empresas 1 y 2 actúan como *duopsonistas* en el mercado de un factor productivo, eligiendo simultáneamente la cantidad de factor a utilizar, z_1 , z_2 , respectivamente. Estas empresas producen cantidades q_1 , q_2 de un producto según la función de producción $q_i = a_i z_i$, donde $i \in \{1, 2\}$ y $a_i > 0$. Si el precio w del factor, para cualquiera de las dos empresas, es función del nivel total z de su utilización por parte de ambas empresas, es decir, $w = bz$, donde $z = z_1 + z_2$: calcula los niveles de factor que empleará cada empresa en el equilibrio de Nash que resulta del juego de elección simultánea de la cantidad de factor. Calcula también el precio del factor que corresponde a dicho equilibrio, las cantidades de producto producidas y los beneficios ganados por cada duopsonista suponiendo que venden su producto, respectivamente, a los mercados 1 y 2 en los que actúan como empresas precio-aceptantes (considera que los precios a los que se enfrentan son, respectivamente, p_1 y p_2).

2. Comprueba gráficamente que el resultado hallado anteriormente (equilibrio y funciones de reacción) es compatible con el resultado más general según el cual el ingreso del producto marginal de un factor, para una empresa maximizadora de beneficios, tiene que igualar (en equilibrio) el coste marginal del factor para dicha empresa.

3. Si $\begin{pmatrix} a_1 = 1 \\ a_2 = 2 \\ p_1 = 4 \\ p_2 = 2 \\ b = \frac{1}{3} \end{pmatrix}$, ¿qué magnitudes serán diferentes entre un duopsonista y otro? y ¿qué magnitudes serán iguales? Comenta.

Ejercicio 13:

1. Las empresas 1 y 2 actúan como *duopsonistas* en el mercado de un factor productivo, eligiendo simultáneamente la cantidad de factor a utilizar, z_1 , z_2 , respectivamente. Estas empresas producen cantidades q_1 , q_2 de un producto según la función de producción $q_i = a_i z_i$, donde $i \in \{1, 2\}$ y $a_i > 0$. Si el precio w del factor, para cualquiera de las dos empresas, es función del nivel total z de su utilización por parte de ambas empresas, es decir, $w = bz$, donde $z = z_1 + z_2$: calcula los niveles de factor que empleará cada empresa en el equilibrio de Nash que resulta del juego de elección simultánea de la cantidad de factor. Calcula también el precio del factor que corresponde a dicho equilibrio, las cantidades de producto producidas y los beneficios ganados por cada duopsonista suponiendo que venden su producto, respectivamente, a los mercados 1 y 2 en los que actúan como empresas precio-aceptantes (considera que los precios a los que se enfrentan son, respectivamente, p_1 y p_2).

2. Comprueba gráficamente que el resultado hallado anteriormente (equilibrio y funciones de reacción) es compatible con el resultado más general según el cual el ingreso del producto marginal de un factor, para una empresa maximizadora de beneficios, tiene que igualar (en equilibrio) el coste marginal del factor para dicha empresa.

3. Si $\begin{pmatrix} a_1 = 1 \\ a_2 = 2 \\ p_1 = 4 \\ p_2 = 2 \\ b = \frac{1}{3} \end{pmatrix}$, ¿qué magnitudes serán diferentes entre un duopsonista y otro? y ¿qué magnitudes serán iguales? Comenta.

4. ¿Cómo cambiaría el apartado anterior si

$a_1 = 2$

$a_2 = 2$

$p_1 = 4$

$p_2 = 2$

$b = \frac{1}{3}$

?

Solución:

1. Escribimos, en primer lugar, la función de beneficios de cada duopsonista respecto a su propia variable estratégica (nivel de utilización del factor), la variable de su rival (nivel de utilización del factor) y los parámetros del modelo, a_1, a_2, p_1, p_2, b . Entonces, el proceso de maximización:

$$\Pi_i = p_i \cdot q_i - Coste_i = p_i \cdot a_i \cdot z_i - w \cdot z_i = p_i \cdot a_i \cdot z_i - b \cdot (z_i + z_j) \cdot z_i \Rightarrow$$

$$(1) \quad (z_1^{Nash}, z_2^{Nash}) \Rightarrow \frac{\partial \Pi_i}{\partial z_i} = 0 \forall i, i \in \{1, 2\}, i \neq j \Rightarrow p_i \cdot a_i - 2b \cdot z_i - b \cdot z_j = 0 \Rightarrow$$

$$z_i = \frac{p_i a_i - b z_j}{2b}$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\substack{\text{FUNCIONES} \\ \text{DE} \\ \text{REACCIÓN}}}$$

$$\Rightarrow z_i^{Nash} = \frac{2 p_i a_i - p_j a_j}{3b}$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{EQUILIBRIO}}$$

nos proporciona las funciones de mejor respuesta de cada duopsonista frente a niveles de input empleados por su rival. Según estas funciones de reacción, una mayor cantidad de input utilizada por una empresa encarece el input, con lo que la otra empresa emplea menos cantidad de dicho input. Además, el equilibrio de *Nash* resultante implica que una empresa empleará cantidades mayores que cero del input si el ingreso del producto marginal del input para su rival no es mayor que el doble del propio producto del ingreso marginal. Es decir, si el factor es demasiado atractivo (altamente productivo y rentable) para una empresa en comparación con lo que lo es para la otra empresa, es posible que sólo una empresa emplee el factor y la otra no. Por último, el parámetro b tiene un efecto negativo sobre las

4. ¿Cómo cambiaría el apartado anterior si

$a_1 = 2$

$a_2 = 2$

$p_1 = 4$

$p_2 = 2$

$b = \frac{1}{3}$

?

Solución:

1. Escribimos, en primer lugar, la función de beneficios de cada duopsonista respecto a su propia variable estratégica (nivel de utilización del factor), la variable de su rival (nivel de utilización del factor) y los parámetros del modelo, a_1, a_2, p_1, p_2, b . Entonces, el proceso de maximización:

$$\Pi_i = p_i \cdot q_i - Coste_i = p_i \cdot a_i \cdot z_i - w \cdot z_i = p_i \cdot a_i \cdot z_i - b \cdot (z_i + z_j) \cdot z_i \Rightarrow$$

$$(1) \quad (z_1^{Nash}, z_2^{Nash}) \Rightarrow \frac{\partial \Pi_i}{\partial z_i} = 0 \forall i, i \in \{1, 2\}, i \neq j \Rightarrow p_i \cdot a_i - 2b \cdot z_i - b \cdot z_j = 0 \Rightarrow$$

$$z_i = \frac{p_i a_i - b z_j}{2b}$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\substack{\text{FUNCIONES} \\ \text{DE} \\ \text{REACCIÓN}}}$$

$$\Rightarrow z_i^{Nash} = \frac{2 p_i a_i - p_j a_j}{3b}$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{EQUILIBRIO}}$$

nos proporciona las funciones de mejor respuesta de cada duopsonista frente a niveles de input empleados por su rival. Según estas funciones de reacción, una mayor cantidad de input utilizada por una empresa encarece el input, con lo que la otra empresa emplea menos cantidad de dicho input. Además, el equilibrio de *Nash* resultante implica que una empresa empleará cantidades mayores que cero del input si el ingreso del producto marginal del input para su rival no es mayor que el doble del propio producto del ingreso marginal. Es decir, si el factor es demasiado atractivo (altamente productivo y rentable) para una empresa en comparación con lo que lo es para la otra empresa, es posible que sólo una empresa emplee el factor y la otra no. Por último, el parámetro b tiene un efecto negativo sobre las

cantidades de factor que emplearán las dos empresas. Este parámetro b refleja los aumentos de salarios que conllevará una decisión consistente en utilizar más del factor en cuestión, lo cual representa un coste extra para ambas empresas, puesto que amplían su output a través del uso de mayores niveles de input.

El equilibrio reflejado en (1) implica los siguientes niveles para las demás magnitudes (que son de interés para el ejercicio):

$$(2) \quad \begin{aligned} z &= \frac{a_1 p_1 + a_2 p_2}{3b} \\ w &= \frac{a_1 p_1 + a_2 p_2}{3} \\ q_i &= \frac{a_i (2a_i p_i - a_j p_j)}{3b} \\ \Pi_i &= \frac{(2a_i p_i - a_j p_j)^2}{9b} \end{aligned}$$

2. Tendríamos que obtener expresiones analíticas del IPM (ingreso del producto marginal) de cada empresa respecto al factor en cuestión, y del CMP (coste marginal del factor para el productor) y demostrar que, en equilibrio, las dos magnitudes son iguales. Esto es así puesto que:

$$(3) \quad \begin{aligned} IPM_i &= \frac{\partial I}{\partial z_i} = \frac{\partial(p_i \cdot q_i)}{\partial z_i} = \frac{\partial(p_i \cdot a_i \cdot z_i)}{\partial z_i} = a_i p_i \\ \text{y} \\ CMP_i &= \frac{\partial Coste_i}{\partial z_i} = \frac{\partial(w \cdot z_i)}{\partial z_i} = \frac{\partial(b \cdot (z_i + z_j) z_i)}{\partial z_i} = 2bz_i + \underbrace{bz_j}_{\substack{\text{fijo} \\ \text{var.}}} = a_i p_i \end{aligned} \quad (1)$$

Gráficamente, esto viene representado de la siguiente manera:

cantidades de factor que emplearán las dos empresas. Este parámetro b refleja los aumentos de salarios que conllevará una decisión consistente en utilizar más del factor en cuestión, lo cual representa un coste extra para ambas empresas, puesto que amplían su output a través del uso de mayores niveles de input.

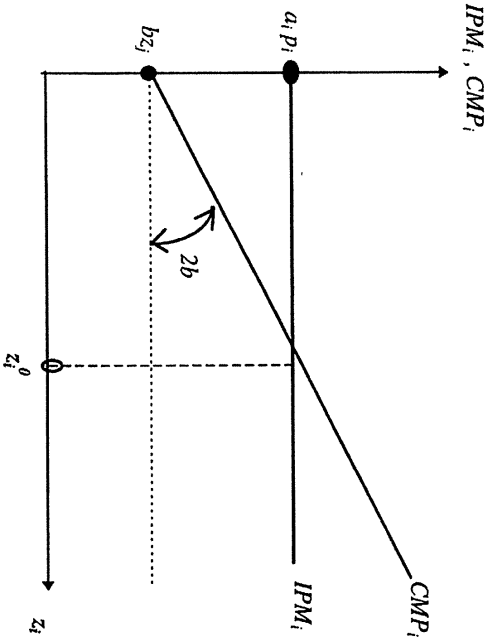
El equilibrio reflejado en (1) implica los siguientes niveles para las demás magnitudes (que son de interés para el ejercicio):

$$(2) \quad \begin{aligned} z &= \frac{a_1 p_1 + a_2 p_2}{3b} \\ w &= \frac{a_1 p_1 + a_2 p_2}{3} \\ q_i &= \frac{a_i (2a_i p_i - a_j p_j)}{3b} \\ \Pi_i &= \frac{(2a_i p_i - a_j p_j)^2}{9b} \end{aligned}$$

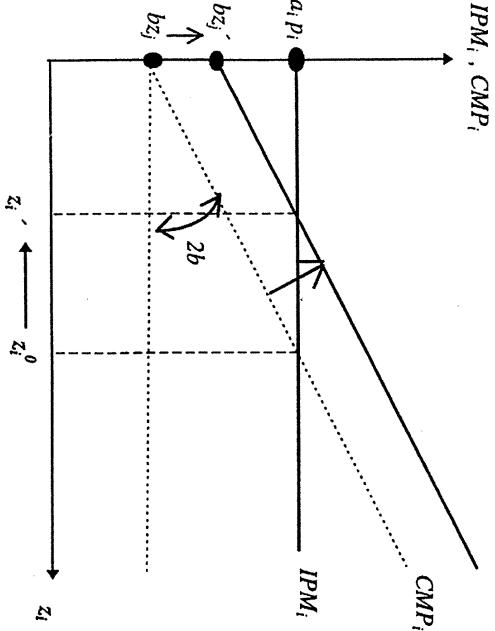
2. Tendríamos que obtener expresiones analíticas del IPM (ingreso del producto marginal) de cada empresa respecto al factor en cuestión, y del CMP (coste marginal del factor para el productor) y demostrar que, en equilibrio, las dos magnitudes son iguales. Esto es así puesto que:

$$(3) \quad \begin{aligned} IPM_i &= \frac{\partial I}{\partial z_i} = \frac{\partial(p_i \cdot q_i)}{\partial z_i} = \frac{\partial(p_i \cdot a_i \cdot z_i)}{\partial z_i} = a_i p_i \\ \text{y} \\ CMP_i &= \frac{\partial Coste_i}{\partial z_i} = \frac{\partial(w \cdot z_i)}{\partial z_i} = \frac{\partial(b \cdot (z_i + z_j) z_i)}{\partial z_i} = 2bz_i + \underbrace{bz_j}_{\substack{\text{fijo} \\ \text{var.}}} = a_i p_i \end{aligned} \quad (1)$$

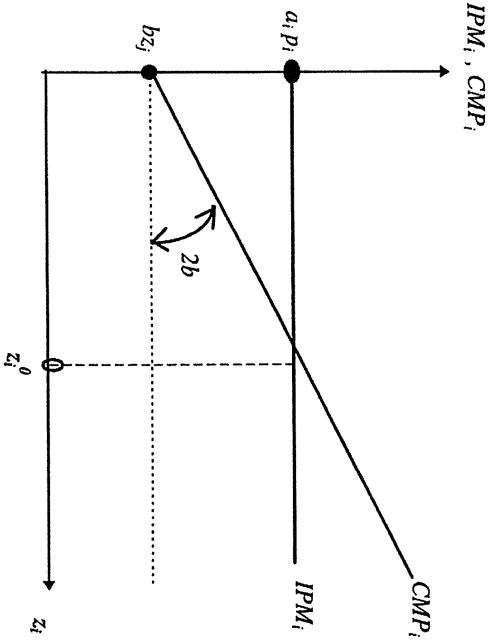
Gráficamente, esto viene representado de la siguiente manera:



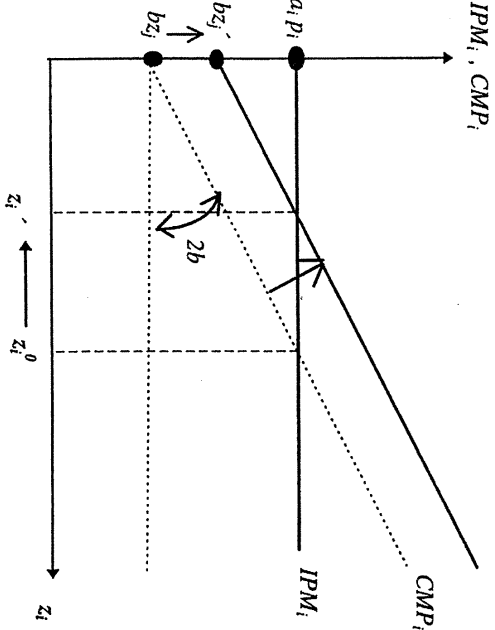
que, como implican los resultados del apartado anterior, puede reflejar el efecto de un aumento en la cantidad de input utilizada por el rival:



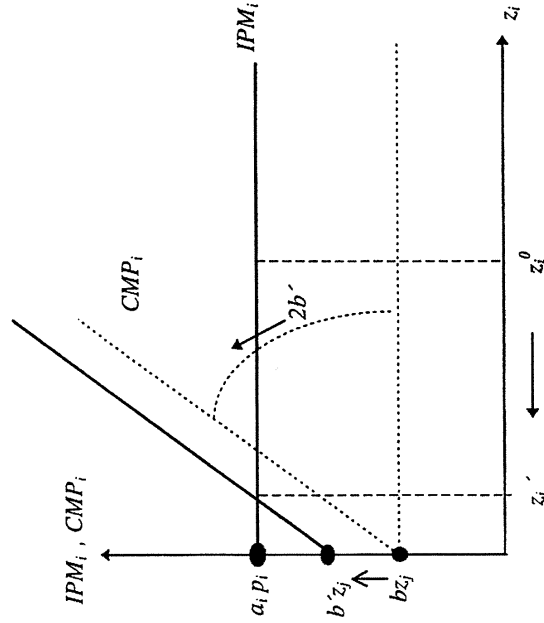
o de un aumento del parámetro b a cuyo significado económico nos hemos referido anteriormente, pero cuyo papel en el comportamiento de la función matemática del CMP queda reflejado en la expresión (3), donde se especifica que dicho parámetro es responsable de la pendiente de la función (parte “variable”), pero también de la constante (parte “fija”). Esta situación viene expresada gráficamente en la siguiente figura:



que, como implican los resultados del apartado anterior, puede reflejar el efecto de un aumento en la cantidad de input utilizada por el rival:



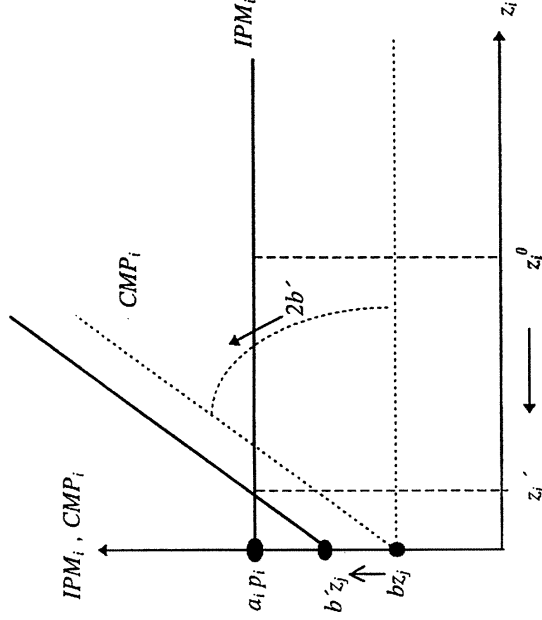
o de un aumento del parámetro b a cuyo significado económico nos hemos referido anteriormente, pero cuyo papel en el comportamiento de la función matemática del CMP queda reflejado en la expresión (3), donde se especifica que dicho parámetro es responsable de la pendiente de la función (parte “variable”), pero también de la constante (parte “fija”). Esta situación viene expresada gráficamente en la siguiente figura:



Ambos efectos considerados (aumento de la cantidad de input utilizada por el rival y aumento del precio del input por un aumento de la cantidad de input a contratar, es decir, el parámetro b) producen una disminución de la cantidad de input contratada por la empresa. Esto es así porque dichos efectos implican un encarecimiento de los costes de contratación por unidad de input, haciendo el input menos atractivo para la empresa.

3. Es fácil comprobar que, sustituyendo los valores de los parámetros de este apartado en los resultados obtenidos, los duopsonistas contratarán iguales niveles de input y ganarán lo mismo tras vender su producto en sus respectivos mercados. Sin embargo, la empresa más productiva (la 2) producirá el doble que su rival.

4. Con los datos de este apartado podemos comprobar que, ahora, la ventaja, tanto en el mercado de producto como respecto a la propia productividad, la tiene la empresa 1 que, siendo igual de productiva que su rival, vende a un mercado en el que el producto es el doble de rentable. Esto hace que la empresa 2 no emplee el factor productivo en cuestión y deje a la empresa 1 como monopsonista en el mercado de factores. Aquí podemos ver cierta analogía con lo que ya hemos visto en los mercados de productos, concretamente en el caso del monopolio natural. En el caso estudiado aquí, mientras hay más de una empresa con la posibilidad de competir en el



Ambos efectos considerados (aumento de la cantidad de input utilizada por el rival y aumento del precio del input por un aumento de la cantidad de input a contratar, es decir, el parámetro b) producen una disminución de la cantidad de input contratada por la empresa. Esto es así porque dichos efectos implican un encarecimiento de los costes de contratación por unidad de input, haciendo el input menos atractivo para la empresa.

3. Es fácil comprobar que, sustituyendo los valores de los parámetros de este apartado en los resultados obtenidos, los duopsonistas contratarán iguales niveles de input y ganarán lo mismo tras vender su producto en sus respectivos mercados. Sin embargo, la empresa más productiva (la 2) producirá el doble que su rival.

4. Con los datos de este apartado podemos comprobar que, ahora, la ventaja, tanto en el mercado de producto como respecto a la propia productividad, la tiene la empresa 1 que, siendo igual de productiva que su rival, vende a un mercado en el que el producto es el doble de rentable. Esto hace que la empresa 2 no emplee el factor productivo en cuestión y deje a la empresa 1 como monopsonista en el mercado de factores. Aquí podemos ver cierta analogía con lo que ya hemos visto en los mercados de productos, concretamente en el caso del monopolio natural. En el caso estudiado aquí, mientras hay más de una empresa con la posibilidad de competir en el

mercado de factores, habrá sólo una empresa interesada en contratar unidades positivas del factor, mientras la otra empresa prefiere contratar cero unidades de factor y producir cero unidades de producto.

mercado de factores, habrá sólo una empresa interesada en contratar unidades positivas del factor, mientras la otra empresa prefiere contratar cero unidades de factor y producir cero unidades de producto.

Apuntes sobre: Economía de la Información

0. Introducción

La información es un factor de vital importancia para la toma de decisiones de cualquier agente y, en particular, de consumidores y empresas. En todos los modelos contemplados hasta el momento en esta asignatura, la información era perfecta, es decir, cada agente conocía perfectamente la información relevante en el momento en el que tenía que tomar una decisión. Sin embargo, eso no suele ser así. Como consumidor, piensa, por ejemplo, lo poco que sabes cuando decides comprar un ordenador. ¿Qué sabes realmente acerca de su calidad, de la facilidad o dificultad que tendrás al utilizarlo, del número de reparaciones que tendrán que hacerle a tu “nuevo” ordenador en los próximos meses?. Y lo mismo cuando piensas en comprar o en reparar un coche. Estas preguntas sólo encontrarán una respuesta después de que hayas ejercitado la compra del bien.

Por su parte, los vendedores también desconocen ciertas cosas acerca de sus clientes. Por ejemplo, cuando devuelves cierta ropa que has comprado y lo haces después de unos días, el vendedor no puede estar seguro de si tú has utilizado la ropa para algo concreto y luego, cuando ya no te servía, la has devuelto para ahorrarte el pago.

Vemos pues que, en un gran número de casos, una de las partes de una posible transacción dispone de más información que la otra o, dicho de otro modo, dispone de distinta información respecto a lo que puede ser relevante conocer para llevar a cabo la transacción. Es decir, los agentes decisores en una determinada transacción tienen *información asimétrica*. En este tema nos ocuparemos de entender un poco más acerca de este tipo de situaciones caracterizadas por cierta asimetría en la información y de las consecuencias que conlleva la existencia de dicha información asimétrica en el funcionamiento de los mercados.

Apuntes sobre: Economía de la Información

0. Introducción

La información es un factor de vital importancia para la toma de decisiones de cualquier agente y, en particular, de consumidores y empresas. En todos los modelos contemplados hasta el momento en esta asignatura, la información era perfecta, es decir, cada agente conocía perfectamente la información relevante en el momento en el que tenía que tomar una decisión. Sin embargo, eso no suele ser así. Como consumidor, piensa, por ejemplo, lo poco que sabes cuando decides comprar un ordenador. ¿Qué sabes realmente acerca de su calidad, de la facilidad o dificultad que tendrás al utilizarlo, del número de reparaciones que tendrán que hacerle a tu “nuevo” ordenador en los próximos meses?. Y lo mismo cuando piensas en comprar o en reparar un coche. Estas preguntas sólo encontrarán una respuesta después de que hayas ejercitado la compra del bien.

Por su parte, los vendedores también desconocen ciertas cosas acerca de sus clientes. Por ejemplo, cuando devuelves cierta ropa que has comprado y lo haces después de unos días, el vendedor no puede estar seguro de si tú has utilizado la ropa para algo concreto y luego, cuando ya no te servía, la has devuelto para ahorrarte el pago.

Vemos pues que, en un gran número de casos, una de las partes de una posible transacción dispone de más información que la otra o, dicho de otro modo, dispone de distinta información respecto a lo que puede ser relevante conocer para llevar a cabo la transacción. Es decir, los agentes decisores en una determinada transacción tienen *información asimétrica*. En este tema nos ocuparemos de entender un poco más acerca de este tipo de situaciones caracterizadas por cierta asimetría en la información y de las consecuencias que conlleva la existencia de dicha información asimétrica en el funcionamiento de los mercados.

1. Comunicación entre rivales

Hay que tener presente el papel fundamental que juega el hecho de que los agentes envueltos en determinada transacción tengan objetivos comunes o, por el contrario, sus objetivos se encuentren potencialmente en conflicto. Obviamente, los problemas son, en cada caso, esencialmente distintos. Con objetivos comunes, los agentes no tienen ningún incentivo a engañar al otro ni a utilizar la información de forma estratégica, pues ello no conllevaría ningún beneficio para conseguir el objetivo común. Así, por ejemplo, los jugadores de un mismo equipo tienen intereses comunes (o, al menos, deberían tenerlos). En ese caso, si un jugador transmite una determinada información a otro del mismo equipo, éste último no puede no creerse lo que le ha dicho su compañero. En este caso, la comunicación es una cuestión de transferencia de información y, por supuesto, no se cuestiona la credibilidad.

Con objetivos opuestos sí existen incentivos a “ocultar” información. Por ejemplo, un vendedor siempre tiene incentivos a sobreestimar la calidad del producto que está vendiendo, mientras un comprador tiene incentivos a subestimar la cantidad de dinero que debería pagar por ella. Claro que un comprador con experiencia puede darse cuenta de esa sobreestimación del vendedor y recelar de sus afirmaciones, pero incluso así, ¿cómo puede distinguir dicho comprador un producto bueno de uno malo?. En muchos casos, los productos son tan complejos (muebles, electrodomésticos, coches...) que los consumidores no pueden detectar directamente su calidad. Así que lo que deben hacer las empresas que ofrecen este tipo de productos de elevada calidad es transmitir, de alguna forma, dicha información, para poder cobrar precios suficientemente altos para cubrir costes. Si la empresa en cuestión ya tiene cierta reputación, el problema está resuelto. Pero si hablamos de empresas del tipo “venta ambulante” las cosas son un poco diferentes puesto que, quizá, si piensa cerrar, tendrá incentivos a vender productos de la peor calidad y, por tanto, tendrá serios problemas para convencer a sus clientes de lo contrario.

1. Comunicación entre rivales

Hay que tener presente el papel fundamental que juega el hecho de que los agentes envueltos en determinada transacción tengan objetivos comunes o, por el contrario, sus objetivos se encuentren potencialmente en conflicto. Obviamente, los problemas son, en cada caso, esencialmente distintos. Con objetivos comunes, los agentes no tienen ningún incentivo a engañar al otro ni a utilizar la información de forma estratégica, pues ello no conllevaría ningún beneficio para conseguir el objetivo común. Así, por ejemplo, los jugadores de un mismo equipo tienen intereses comunes (o, al menos, deberían tenerlos). En ese caso, si un jugador transmite una determinada información a otro del mismo equipo, éste último no puede no creerse lo que le ha dicho su compañero. En este caso, la comunicación es una cuestión de transferencia de información y, por supuesto, no se cuestiona la credibilidad.

Con objetivos opuestos sí existen incentivos a “ocultar” información. Por ejemplo, un vendedor siempre tiene incentivos a sobreestimar la calidad del producto que está vendiendo, mientras un comprador tiene incentivos a subestimar la cantidad de dinero que debería pagar por ella. Claro que un comprador con experiencia puede darse cuenta de esa sobreestimación del vendedor y recelar de sus afirmaciones, pero incluso así, ¿cómo puede distinguir dicho comprador un producto bueno de uno malo?. En muchos casos, los productos son tan complejos (muebles, electrodomésticos, coches...) que los consumidores no pueden detectar directamente su calidad. Así que lo que deben hacer las empresas que ofrecen este tipo de productos de elevada calidad es transmitir, de alguna forma, dicha información, para poder cobrar precios suficientemente altos para cubrir costes. Si la empresa en cuestión ya tiene cierta reputación, el problema está resuelto. Pero si hablamos de empresas del tipo “venta ambulante” las cosas son un poco diferentes puesto que, quizá, si piensa cerrar, tendrá incentivos a vender productos de la peor calidad y, por tanto, tendrá serios problemas para convencer a sus clientes de lo contrario.

De la misma forma, un trabajador potencial puede sentirse muy tentado a no revelar exactamente cuáles son sus aptitudes y , dependiendo del caso, exagerarlas o subestimarlas, siempre que ello supusiera incrementar las posibilidades de obtener el puesto. Es decir, existen incentivos a transmitir información que adquiere cierto valor *estratégico*.

1.1. El precio como señal de calidad

El parámetro de calidad nos ofrece un escenario sobre el cual analizar los problemas a los que se puede enfrentar un consumidor cuando posee información que es asimétrica con respecto a la información de la que dispone la empresa oferente.

Consideremos, en primer lugar, un modelo de diferenciación vertical en el que hay dos empresas, a y b . La empresa a ofrece al mercado un producto de calidad alta (s_a), mientras que la b ofrece un producto de calidad baja (s_b), donde $s_a > s_b$. Observa que el aspecto “calidad” es algo que se da de forma exógena y objetiva.

Cada “tipo” de consumidor compra una unidad de producto, es decir, o bien compra s_a , o bien s_b . La predisposición a pagar de un consumidor de tipo v por una unidad del producto de alta calidad viene expresada como $(w + v \cdot s_a)$, mientras $(w + v \cdot s_b)$ representa la disposición a pagar que tiene un consumidor por la adquisición de una unidad del producto de calidad baja. El parámetro w es una cantidad fija, mientras que v representa la valoración específica que el consumidor (de tipo v) asigna a la diferencia en calidad, es decir, cómo valora el consumidor la diferencia en calidades entre los dos productos.

Supongamos que v se distribuye de manera uniforme a lo largo del intervalo $[0, h]$, con densidad unitaria. Como consecuencia, la utilidad de un consumidor de tipo v por la adquisición de una unidad de bien, viene dada por la diferencia entre su disposición a pagar por dicha unidad y el precio que debe pagar a la empresa por adquirirla.

De la misma forma, un trabajador potencial puede sentirse muy tentado a no revelar exactamente cuáles son sus aptitudes y , dependiendo del caso, exagerarlas o subestimarlas, siempre que ello supusiera incrementar las posibilidades de obtener el puesto. Es decir, existen incentivos a transmitir información que adquiere cierto valor *estratégico*.

1.1. El precio como señal de calidad

El parámetro de calidad nos ofrece un escenario sobre el cual analizar los problemas a los que se puede enfrentar un consumidor cuando posee información que es asimétrica con respecto a la información de la que dispone la empresa oferente.

Consideremos, en primer lugar, un modelo de diferenciación vertical en el que hay dos empresas, a y b . La empresa a ofrece al mercado un producto de calidad alta (s_a), mientras que la b ofrece un producto de calidad baja (s_b), donde $s_a > s_b$. Observa que el aspecto “calidad” es algo que se da de forma exógena y objetiva.

Cada “tipo” de consumidor compra una unidad de producto, es decir, o bien compra s_a , o bien s_b . La predisposición a pagar de un consumidor de tipo v por una unidad del producto de alta calidad viene expresada como $(w + v \cdot s_a)$, mientras $(w + v \cdot s_b)$ representa la disposición a pagar que tiene un consumidor por la adquisición de una unidad del producto de calidad baja. El parámetro w es una cantidad fija, mientras que v representa la valoración específica que el consumidor (de tipo v) asigna a la diferencia en calidad, es decir, cómo valora el consumidor la diferencia en calidades entre los dos productos.

Supongamos que v se distribuye de manera uniforme a lo largo del intervalo $[0, h]$, con densidad unitaria. Como consecuencia, la utilidad de un consumidor de tipo v por la adquisición de una unidad de bien, viene dada por la diferencia entre su disposición a pagar por dicha unidad y el precio que debe pagar a la empresa por adquirirla.

Por simplicidad, supongamos que las empresas tienen un coste de producción igual a cero (que equivale a considerar precios netos de un coste unitario=coste marginal=coste medio que es constante y común para las dos empresas) y que deciden simultáneamente el precio de su producto. ¿Cuál es el equilibrio en este modelo?. Es decir ¿cuál es el par de precios (p_a^*, p_b^*) que define los precios a los que venden las empresas a y b su producto?. Resolvemos este modelo como uno de localización espacial de los que ya se han resuelto en temas anteriores:

1. *Condición de indiferencia.* Dados unos precios (no demasiado distintos) p_a y p_b tales que $p_a > p_b$, existirá un consumidor de tipo v_0 cuya valoración $v = v_0$ de la diferencia de calidades es tal que la utilidad que le proporciona consumir una unidad del producto de calidad alta es la misma que la utilidad que le proporciona la compra de una unidad del bien de calidad baja. Es decir, es indiferente entre comprar uno u otro tipo de producto, lo cual implica que: $w + v_0 s_a - p_a = w + v_0 s_b - p_b$, es decir, $v_0 (s_a - s_b) = p_a - p_b$. Por lo tanto, la valoración que para el consumidor de tipo v_0 tiene la diferencia en calidad, es tal que:

(1)
$$v_0 = \frac{p_a - p_b}{s_a - s_b}$$

Ello implica que todos los consumidores cuyo tipo se encuentre a la derecha de v_0 en el segmento, valoran más la calidad alta y, por tanto, la utilidad que les reporta comprar una unidad del bien de calidad alta es mayor que la utilidad que les supone comprar una unidad del producto de calidad baja, y, como consecuencia, comprarán el de alta calidad. Lo contrario sucede con los consumidores de tipo $v < v_0$, que comprarán el bien de baja calidad. El siguiente gráfico ilustra lo dicho anteriormente:

Por simplicidad, supongamos que las empresas tienen un coste de producción igual a cero (que equivale a considerar precios netos de un coste unitario=coste marginal=coste medio que es constante y común para las dos empresas) y que deciden simultáneamente el precio de su producto. ¿Cuál es el equilibrio en este modelo?. Es decir ¿cuál es el par de precios (p_a^*, p_b^*) que define los precios a los que venden las empresas a y b su producto?. Resolvemos este modelo como uno de localización espacial de los que ya se han resuelto en temas anteriores:

1. *Condición de indiferencia.* Dados unos precios (no demasiado distintos) p_a y p_b tales que $p_a > p_b$, existirá un consumidor de tipo v_0 cuya valoración $v = v_0$ de la diferencia de calidades es tal que la utilidad que le proporciona consumir una unidad del producto de calidad alta es la misma que la utilidad que le proporciona la compra de una unidad del bien de calidad baja. Es decir, es indiferente entre comprar uno u otro tipo de producto, lo cual implica que: $w + v_0 s_a - p_a = w + v_0 s_b - p_b$, es decir, $v_0 (s_a - s_b) = p_a - p_b$. Por lo tanto, la valoración que para el consumidor de tipo v_0 tiene la diferencia en calidad, es tal que:

(1)
$$v_0 = \frac{p_a - p_b}{s_a - s_b}$$

Ello implica que todos los consumidores cuyo tipo se encuentre a la derecha de v_0 en el segmento, valoran más la calidad alta y, por tanto, la utilidad que les reporta comprar una unidad del bien de calidad alta es mayor que la utilidad que les supone comprar una unidad del producto de calidad baja, y, como consecuencia, comprarán el de alta calidad. Lo contrario sucede con los consumidores de tipo $v < v_0$, que comprarán el bien de baja calidad. El siguiente gráfico ilustra lo dicho anteriormente:

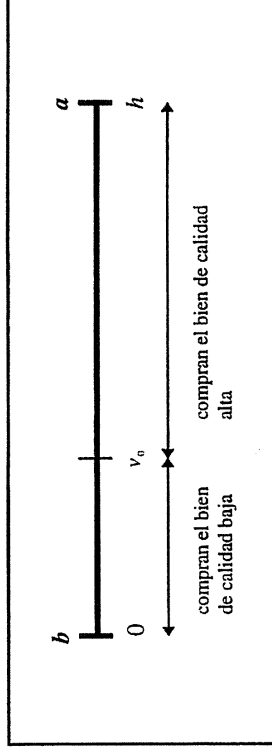


Figura 1. Mercado de los bienes de alta y baja calidad.

Observando la expresión que delimita el tipo del consumidor indiferente, vemos que, para determinada diferencia en las calidades, cuanto mayor es la diferencia entre los precios de los productos de alta y baja calidad, mayor será el valor de v_0 , es decir, el tipo del consumidor indiferente se situará más a la derecha, más cerca del extremo h del segmento y, probablemente, más consumidores comprarán el bien de baja calidad. Lo que sucede es que el bien de alta calidad se hace demasiado caro con respecto al de baja.

2. *Demanda de las empresas a y b .* El siguiente paso es determinar la demanda total de cada empresa. El valor de v_0 delimita estas demandas:

$$\begin{aligned} q_a &= h - v_0 \Rightarrow q_a = h - \frac{p_a - p_b}{s_a - s_b} \\ q_b &= v_0 \Rightarrow q_b = \frac{p_a - p_b}{s_a - s_b} \end{aligned} \quad (2)$$

3. *Funciones de beneficio de a y b .* Consideramos los precios netos de coste:

$$\begin{aligned} \pi_a &= p_a \cdot q_a = p_a \left[h - \frac{p_a - p_b}{s_a - s_b} \right] \\ \pi_b &= p_b \cdot q_b = p_b \left[\frac{p_a - p_b}{s_a - s_b} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

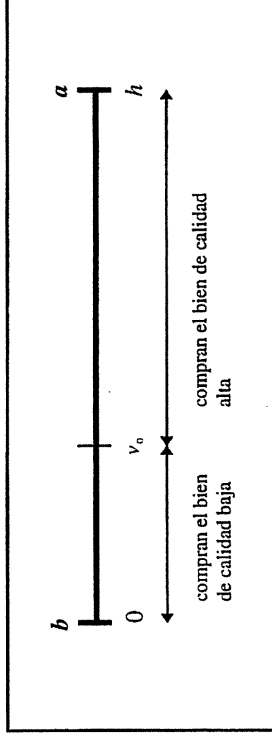


Figura 1. Mercado de los bienes de alta y baja calidad.

Observando la expresión que delimita el tipo del consumidor indiferente, vemos que, para determinada diferencia en las calidades, cuanto mayor es la diferencia entre los precios de los productos de alta y baja calidad, mayor será el valor de v_0 , es decir, el tipo del consumidor indiferente se situará más a la derecha, más cerca del extremo h del segmento y, probablemente, más consumidores comprarán el bien de baja calidad. Lo que sucede es que el bien de alta calidad se hace demasiado caro con respecto al de baja.

2. *Demanda de las empresas a y b .* El siguiente paso es determinar la demanda total de cada empresa. El valor de v_0 delimita estas demandas:

$$\begin{aligned} q_a &= h - v_0 \Rightarrow q_a = h - \frac{p_a - p_b}{s_a - s_b} \\ q_b &= v_0 \Rightarrow q_b = \frac{p_a - p_b}{s_a - s_b} \end{aligned} \quad (2)$$

3. *Funciones de beneficio de a y b .* Consideramos los precios netos de coste:

$$\begin{aligned} \pi_a &= p_a \cdot q_a = p_a \left[h - \frac{p_a - p_b}{s_a - s_b} \right] \\ \pi_b &= p_b \cdot q_b = p_b \left[\frac{p_a - p_b}{s_a - s_b} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

4. *Condiciones de máximo beneficio.* Las condiciones de primer orden implican:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi_a}{\partial p_a} &= h - \left[\frac{2p_a - p_b}{s_a - s_b} \right] = 0 \\ \frac{\partial \pi_b}{\partial p_b} &= \frac{p_a - 2p_b}{s_a - s_b} = 0\end{aligned}$$

observa que se cumplen las de segundo orden; con lo que, despejando, las funciones de reacción de las empresas a y b vienen expresadas como:

$$\begin{aligned}(4) \quad p_a &= \frac{h(s_a - s_b)}{2} + \frac{p_b}{2} \\ p_b &= \frac{p_a}{2}\end{aligned}$$

Observa que, para cualquier valor de s_a y de s_b , el precio del producto de baja calidad será siempre la mitad del precio del producto de alta calidad.

5. *Equilibrio.* Los precios de equilibrio Nash serán aquellos que resulten de la intersección de las funciones de reacción obtenidas en (4):

$$(5) \quad (p_a^*, p_b^*) = \left(\frac{2h(s_a - s_b)}{3}, \frac{h(s_a - s_b)}{3} \right)$$

Vemos que los precios de ambos productos serán, en equilibrio, más altos cuanto mayor sea la diferencia en calidades $\Delta s = s_a - s_b$.

A esos precios (p_a^*, p_b^*) , la demanda¹ que corresponde a cada empresa, en equilibrio, es igual a:

$$(q_a^*, q_b^*) = \left(\frac{2}{3}h, \frac{1}{3}h \right)$$

¹ Observa que el tipo del consumidor indiferente se encuentra en $V_0 = \frac{h}{3}$.

4. *Condiciones de máximo beneficio.* Las condiciones de primer orden implican:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi_a}{\partial p_a} &= h - \left[\frac{2p_a - p_b}{s_a - s_b} \right] = 0 \\ \frac{\partial \pi_b}{\partial p_b} &= \frac{p_a - 2p_b}{s_a - s_b} = 0\end{aligned}$$

observa que se cumplen las de segundo orden; con lo que, despejando, las funciones de reacción de las empresas a y b vienen expresadas como:

$$\begin{aligned}(4) \quad p_a &= \frac{h(s_a - s_b)}{2} + \frac{p_b}{2} \\ p_b &= \frac{p_a}{2}\end{aligned}$$

Observa que, para cualquier valor de s_a y de s_b , el precio del producto de baja calidad será siempre la mitad del precio del producto de alta calidad.

5. *Equilibrio.* Los precios de equilibrio Nash serán aquellos que resulten de la intersección de las funciones de reacción obtenidas en (4):

$$(5) \quad (p_a^*, p_b^*) = \left(\frac{2h(s_a - s_b)}{3}, \frac{h(s_a - s_b)}{3} \right)$$

Vemos que los precios de ambos productos serán, en equilibrio, más altos cuanto mayor sea la diferencia en calidades $\Delta s = s_a - s_b$.

A esos precios (p_a^*, p_b^*) , la demanda¹ que corresponde a cada empresa, en equilibrio, es igual a:

$$(q_a^*, q_b^*) = \left(\frac{2}{3}h, \frac{1}{3}h \right)$$

¹ Observa que el tipo del consumidor indiferente se encuentra en $V_0 = \frac{h}{3}$.

es decir, el producto de calidad alta se demanda en una cantidad que es el doble de la cantidad demandada del bien de baja calidad.

En cuanto a los beneficios de equilibrio, tenemos que:

$$(6) \quad (\pi_a^*, \pi_b^*) = \left(\frac{4h^2 \Delta s}{9}, \frac{h^2 \Delta s}{9} \right)$$

Por lo tanto, en equilibrio, los beneficios de la empresa que vende el producto de alta calidad son *cuatro veces* mayores a los beneficios de la empresa que ofrece el bien de calidad baja.

Del equilibrio resultante en nuestro modelo observamos que, excepto en el caso en el que $h=3$, la diferencia en precios refleja una diferencia en calidades que es *menor/mayor* que la real, puesto que:

$$(p_a^* - p_b^*) = \frac{h}{3}(s_a - s_b).$$

Así, si $h=3$, ocurre que $(p_a^* - p_b^*) = (s_a - s_b)$, mientras que si $h < 3$ implica: $(p_a^* - p_b^*) < (s_a - s_b)$; por último, si $h > 3$, tenemos que la diferencia en precios refleja una diferencia en calidad que es mayor que la real, $(p_a^* - p_b^*) > (s_a - s_b)$.

En este punto, cabe plantearse lo siguiente: *¿Qué nivel de calidad elegirían las empresas para su producto?* La respuesta está clara: *ambas* querrían maximizar la diferencia en calidades, puesto que, a mayor diferencia entre ambos niveles de calidad, mayores son los precios de venta de ambos productos y, como consecuencia, mayores beneficios para *ambas* empresas. Cuanto más distintos son sus productos, en términos de calidad, más beneficios obtiene tanto la empresa que vende el bien de alta calidad como la que vende el de baja calidad. ¿Crea esto incentivos a producir el otro producto? No, ninguna empresa tiene incentivos a producir el producto

es decir, el producto de calidad alta se demanda en una cantidad que es el doble de la cantidad demandada del bien de baja calidad.

En cuanto a los beneficios de equilibrio, tenemos que:

$$(6) \quad (\pi_a^*, \pi_b^*) = \left(\frac{4h^2 \Delta s}{9}, \frac{h^2 \Delta s}{9} \right)$$

Por lo tanto, en equilibrio, los beneficios de la empresa que vende el producto de alta calidad son *cuatro veces* mayores a los beneficios de la empresa que ofrece el bien de calidad baja.

Del equilibrio resultante en nuestro modelo observamos que, excepto en el caso en el que $h=3$, la diferencia en precios refleja una diferencia en calidades que es *menor/mayor* que la real, puesto que:

$$(p_a^* - p_b^*) = \frac{h}{3}(s_a - s_b).$$

Así, si $h=3$, ocurre que $(p_a^* - p_b^*) = (s_a - s_b)$, mientras que si $h < 3$ implica: $(p_a^* - p_b^*) < (s_a - s_b)$; por último, si $h > 3$, tenemos que la diferencia en precios refleja una diferencia en calidad que es mayor que la real, $(p_a^* - p_b^*) > (s_a - s_b)$.

En este punto, cabe plantearse lo siguiente: *¿Qué nivel de calidad elegirían las empresas para su producto?* La respuesta está clara: *ambas* querrían maximizar la diferencia en calidades, puesto que, a mayor diferencia entre ambos niveles de calidad, mayores son los precios de venta de ambos productos y, como consecuencia, mayores beneficios para *ambas* empresas. Cuanto más distintos son sus productos, en términos de calidad, más beneficios obtiene tanto la empresa que vende el bien de alta calidad como la que vende el de baja calidad. ¿Crea esto incentivos a producir el otro producto? No, ninguna empresa tiene incentivos a producir el producto

del rival, puesto que eso iría en contra del objetivo de diferenciar al máximo los niveles de calidad de ambos productos.

Hemos visto, con este modelo, cómo los precios constituyen una señal de calidad, es decir, en un mercado en el que existen valoraciones distintas respecto a la diferencia en la calidad entre varios productos, una diferencia en precios señala una diferencia en calidad.

El problema que encontramos es que, en muchos casos, la empresa puede tener incentivos a ocultar información respecto al nivel de calidad de su producto. Puede que la empresa tienda a sobreestimar la calidad de su producto, para cobrar así un precio más alto. Después de todo, si el vendedor sabe más de su producto que el comprador ¿qué le impide falsificar la calidad de su producto?. ¿Puede el propietario de un coche-cacharro hacerlo pasar por un coche-joya? y ¿bajo qué condiciones ello tiene o no consecuencias?.

Estamos planteando la posibilidad, para la empresa, de *señalizar* una mayor calidad a un consumidor poco informado que haría a su valoración v_i depender del precio del mercado. Obviamente, tal señal estratégica tendría sentido en un mercado en el que los consumidores no expertos (*no informados*) son muchos, puesto que, en un mercado en el que los consumidores son expertos (*informados*), desviarse de los precios de equilibrio hallados anteriormente, sería una estrategia no rentable para la empresa. Por lo tanto, los precios *estratégicamente* decididos para “burlar” al consumidor, simulando una mayor calidad, es más probable que aparezcan más cuanto menos expertos y menos informados sean los consumidores. Además, es necesario que los consumidores no puedan prever este comportamiento “engañoso”, puesto que, de otro modo, también esto debería tenerse en cuenta a la hora de decidir comportarse de forma deshonesta.

Así, lo primero que debería pensar una empresa, ante la posibilidad de “engañar” a su cliente es que existen consumidores informados a los que no sería fácil engañar. Existe, por otro lado, un efecto reputación, es decir, un

del rival, puesto que eso iría en contra del objetivo de diferenciar al máximo los niveles de calidad de ambos productos.

Hemos visto, con este modelo, cómo los precios constituyen una señal de calidad, es decir, en un mercado en el que existen valoraciones distintas respecto a la diferencia en la calidad entre varios productos, una diferencia en precios señala una diferencia en calidad.

El problema que encontramos es que, en muchos casos, la empresa puede tener incentivos a ocultar información respecto al nivel de calidad de su producto. Puede que la empresa tienda a sobreestimar la calidad de su producto, para cobrar así un precio más alto. Después de todo, si el vendedor sabe más de su producto que el comprador ¿qué le impide falsificar la calidad de su producto?. ¿Puede el propietario de un coche-cacharro hacerlo pasar por un coche-joya? y ¿bajo qué condiciones ello tiene o no consecuencias?.

Estamos planteando la posibilidad, para la empresa, de *señalizar* una mayor calidad a un consumidor poco informado que haría a su valoración v_i depender del precio del mercado. Obviamente, tal señal estratégica tendría sentido en un mercado en el que los consumidores no expertos (*no informados*) son muchos, puesto que, en un mercado en el que los consumidores son expertos (*informados*), desviarse de los precios de equilibrio hallados anteriormente, sería una estrategia no rentable para la empresa. Por lo tanto, los precios *estratégicamente* decididos para “burlar” al consumidor, simulando una mayor calidad, es más probable que aparezcan más cuanto menos expertos y menos informados sean los consumidores. Además, es necesario que los consumidores no puedan prever este comportamiento “engañoso”, puesto que, de otro modo, también esto debería tenerse en cuenta a la hora de decidir comportarse de forma deshonesta.

Así, lo primero que debería pensar una empresa, ante la posibilidad de “engañar” a su cliente es que existen consumidores informados a los que no sería fácil engañar. Existe, por otro lado, un efecto reputación, es decir, un

vendedor tiene interés en ser honesto si quiere que el comprador vuelva a comprarle y, por tanto, será honesto si cree que la probabilidad de que vuelva es alta. También existe el amparo legal para el consumidor, y serían las sanciones legales las que crearían los incentivos al vendedor para comportarse honestamente.

Entonces, la pregunta es: *¿qué puede incentivar a una empresa a engañar a sus compradores?*. Intentemos responder esta pregunta para el caso de una empresa competitiva.

El análisis que vamos a desarrollar se basa en un producto cuya calidad no puede ser observada por los consumidores antes de efectuar la compra. Dado que la empresa es competitiva, sus beneficios a largo plazo son cero. Si esta empresa entrega un producto de baja calidad como si fuera de alta, será una estrategia que reporte beneficios un solo periodo, puesto que adquirirá una mala reputación tras ser descubierta y, probablemente, deberá abandonar la industria (el consumidor, ante una situación en la que hay información asimétrica, sabe que no puede confiar en las promesas del vendedor, así que deja de comprar a esta empresa).

Supongamos que, para la empresa, el coste de producción de una calidad alta es superior al coste medio de producción de una calidad baja. Observa el siguiente gráfico:

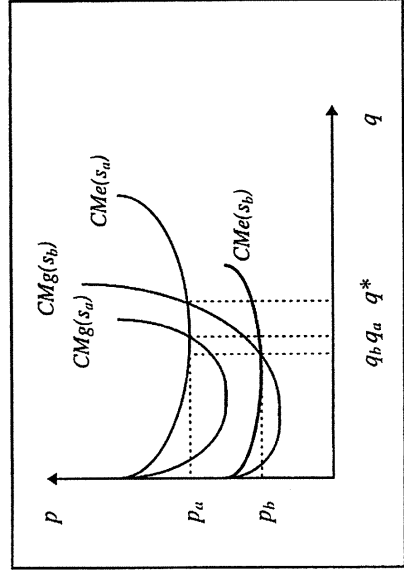


Figura 2. Costes medios y marginales de producir s_a y s_b .

vendedor tiene interés en ser honesto si quiere que el comprador vuelva a comprarle y, por tanto, será honesto si cree que la probabilidad de que vuelva es alta. También existe el amparo legal para el consumidor, y serían las sanciones legales las que crearían los incentivos al vendedor para comportarse honestamente.

Entonces, la pregunta es: *¿qué puede incentivar a una empresa a engañar a sus compradores?*. Intentemos responder esta pregunta para el caso de una empresa competitiva.

El análisis que vamos a desarrollar se basa en un producto cuya calidad no puede ser observada por los consumidores antes de efectuar la compra. Dado que la empresa es competitiva, sus beneficios a largo plazo son cero. Si esta empresa entrega un producto de baja calidad como si fuera de alta, será una estrategia que reporte beneficios un solo periodo, puesto que adquirirá una mala reputación tras ser descubierta y, probablemente, deberá abandonar la industria (el consumidor, ante una situación en la que hay información asimétrica, sabe que no puede confiar en las promesas del vendedor, así que deja de comprar a esta empresa).

Supongamos que, para la empresa, el coste de producción de una calidad alta es superior al coste medio de producción de una calidad baja. Observa el siguiente gráfico:

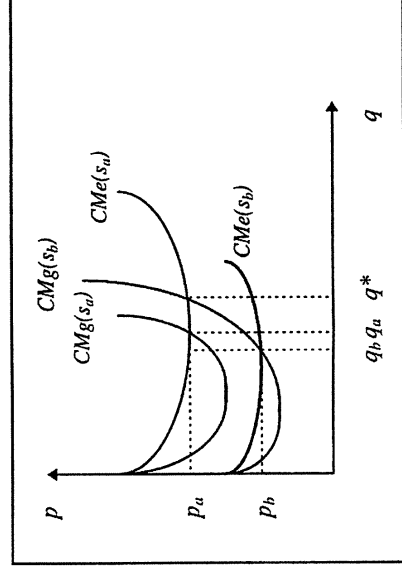


Figura 2. Costes medios y marginales de producir s_a y s_b .

Si hay libertad de entrada y la empresa promete y entrega el producto de alta calidad, el precio será p_a y la empresa produce q_a unidades. Dado que su beneficio a largo plazo es cero, y que la empresa es honesta, los consumidores mantienen una relación de continuidad. Si la empresa promete s_b y vende q_b , el precio será p_b , sus beneficios cero a largo plazo, y habrá una continuidad con los consumidores.

¿Qué ocurre si la empresa promete s_a y entrega s_b ? En este caso, la empresa recibe p_a pero entrega q^* , que es la cantidad que maximiza su beneficio a corto plazo ($p = CMg$). Obtiene beneficios positivos pero sólo un periodo, puesto que los consumidores observan que la calidad es baja y no vuelven a comprar.

Vamos a demostrar que *existen incentivos a engañar*, es decir, que el valor actual del beneficio basado en la estrategia de incumplir (prometer alta calidad y entregar baja), es más alto que el valor actual del beneficio basado en la estrategia de entregar la calidad prometida. Con las primeras q_b unidades, el beneficio obtenido es igual a $[(p_a - p_b) q_b]$ donde p_b es igual al coste medio mínimo a largo plazo de producir unidades de calidad baja. El beneficio obtenido por las unidades restantes ($q^* - q_b$) es igual al área entre la línea del precio p_a y la función de coste marginal entre q_b y q^* . ¿Cuánto vale el beneficio total hoy?. El valor actual descontado de la corriente de beneficios (de un periodo seguido de periodos con beneficios cero), a una tasa de descuento r , es igual a:

$$(7) \quad VA = \frac{1}{1+r} \left\{ (p_a - p_b) q_b + \sum_{q=q_b}^{q^*} [p_a CMg(s_b)] \right\}$$

y ello es superior a cero, beneficio que gana la empresa entregando la calidad prometida. Por lo tanto, una empresa competitiva que quiera maximizar el valor actual de su beneficio, prometerá alta calidad pero entregará baja calidad. Los consumidores, por su parte, por su experiencia, esperarán que la empresa intentará aprovecharse de ellos, así que sólo estarán dispuestos a comprar el producto de baja calidad, y se negarán a

Si hay libertad de entrada y la empresa promete y entrega el producto de alta calidad, el precio será p_a y la empresa produce q_a unidades. Dado que su beneficio a largo plazo es cero, y que la empresa es honesta, los consumidores mantienen una relación de continuidad. Si la empresa promete s_b y vende q_b , el precio será p_b , sus beneficios cero a largo plazo, y habrá una continuidad con los consumidores.

¿Qué ocurre si la empresa promete s_a y entrega s_b ? En este caso, la empresa recibe p_a pero entrega q^* , que es la cantidad que maximiza su beneficio a corto plazo ($p = CMg$). Obtiene beneficios positivos pero sólo un periodo, puesto que los consumidores observan que la calidad es baja y no vuelven a comprar.

Vamos a demostrar que *existen incentivos a engañar*, es decir, que el valor actual del beneficio basado en la estrategia de incumplir (prometer alta calidad y entregar baja), es más alto que el valor actual del beneficio basado en la estrategia de entregar la calidad prometida. Con las primeras q_b unidades, el beneficio obtenido es igual a $[(p_a - p_b) q_b]$ donde p_b es igual al coste medio mínimo a largo plazo de producir unidades de calidad baja. El beneficio obtenido por las unidades restantes ($q^* - q_b$) es igual al área entre la línea del precio p_a y la función de coste marginal entre q_b y q^* . ¿Cuánto vale el beneficio total hoy?. El valor actual descontado de la corriente de beneficios (de un periodo seguido de periodos con beneficios cero), a una tasa de descuento r , es igual a:

$$(7) \quad VA = \frac{1}{1+r} \left\{ (p_a - p_b) q_b + \sum_{q=q_b}^{q^*} [p_a CMg(s_b)] \right\}$$

y ello es superior a cero, beneficio que gana la empresa entregando la calidad prometida. Por lo tanto, una empresa competitiva que quiera maximizar el valor actual de su beneficio, prometerá alta calidad pero entregará baja calidad. Los consumidores, por su parte, por su experiencia, esperarán que la empresa intentará aprovecharse de ellos, así que sólo estarán dispuestos a comprar el producto de baja calidad, y se negarán a

comprar el producto a aquellas empresas que prometan entregar un producto de alta calidad.

Esta teoría sugiere que, en realidad, los productos de alta calidad no aparecerán en el mercado. Cuando la información es asimétrica, la gama de calidades a producir por una empresa competitiva se reduce de forma drástica a la calidad más baja.

Pero entonces, ¿cómo es compatible esto con el hecho de que una empresa competitiva puede ofrecer una amplia gama de productos?. Las garantías no siempre resuelven el problema. La solución es que la empresa obtenga una prima sobre el precio para obtener beneficios a largo plazo.

1.2. El modelo de los cacharros de Akerlof²

Piensa en el mercado de coches de segunda mano. Dicho mercado está abastecido tanto por coches de alta como de baja calidad. En esta situación existe información asimétrica porque los propietarios de los coches saben mejor que los compradores la calidad de los coches puestos a la venta. ¿Habías pensado por qué existe tanta diferencia entre el precio de un coche nuevo y su valor después de transcurrido un año?. Los coches que, habiendo sido vendidos hace menos de un año, entran en el mercado de segunda mano, no son una selección aleatoria de coches de un año de antigüedad. Los compradores potenciales de coches usados temen que los propietarios hayan tenido problemas con sus coches y que estén intentando deshacerse de sus “cacharros”. Es decir, los automóviles que reaparecen en el mercado de coches usados son una *selección adversa* de todos los coches que tienen la misma antigüedad. Los compradores no quieren pagar un precio alto por un “cacharro”. De ahí que los precios de modelos más recientes sean más bajos, para reflejar una calidad posiblemente más baja. Esto conduce a un principio más general que dice: “los coches de segunda mano de mala calidad desplazan a los coches usados de buena calidad”.

² Akerlof, G. (1970), “The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism”, *Quarterly Journal of Economics*, 89, 488-500.

comprar el producto a aquellas empresas que prometan entregar un producto de alta calidad.

Esta teoría sugiere que, en realidad, los productos de alta calidad no aparecerán en el mercado. Cuando la información es asimétrica, la gama de calidades a producir por una empresa competitiva se reduce de forma drástica a la calidad más baja.

Pero entonces, ¿cómo es compatible esto con el hecho de que una empresa competitiva puede ofrecer una amplia gama de productos?. Las garantías no siempre resuelven el problema. La solución es que la empresa obtenga una prima sobre el precio para obtener beneficios a largo plazo.

1.2. El modelo de los cacharros de Akerlof²

Piensa en el mercado de coches de segunda mano. Dicho mercado está abastecido tanto por coches de alta como de baja calidad. En esta situación existe información asimétrica porque los propietarios de los coches saben mejor que los compradores la calidad de los coches puestos a la venta. ¿Habías pensado por qué existe tanta diferencia entre el precio de un coche nuevo y su valor después de transcurrido un año?. Los coches que, habiendo sido vendidos hace menos de un año, entran en el mercado de segunda mano, no son una selección aleatoria de coches de un año de antigüedad. Los compradores potenciales de coches usados temen que los propietarios hayan tenido problemas con sus coches y que estén intentando deshacerse de sus “cacharros”. Es decir, los automóviles que reaparecen en el mercado de coches usados son una *selección adversa* de todos los coches que tienen la misma antigüedad. Los compradores no quieren pagar un precio alto por un “cacharro”. De ahí que los precios de modelos más recientes sean más bajos, para reflejar una calidad posiblemente más baja. Esto conduce a un principio más general que dice: “los coches de segunda mano de mala calidad desplazan a los coches usados de buena calidad”.

² Akerlof, G. (1970), “The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism”, *Quarterly Journal of Economics*, 89, 488-500.

Modelicemos este escenario. Supón que N individuos poseen, cada uno de ellos, un coche de un año determinado y de una determinada marca. Algunos de esos coches nunca han dado problemas a sus propietarios, todo funciona a la perfección. Denominemos a esos coches como “joyas”. El número de joyas es una fracción k del total N de coches. El resto de los propietarios sí ha sufrido ciertos problemas con sus coches. Así, $(1-k)$ es la fracción de “cacharos” que hay dentro del total N de coches.

Los propietarios de joyas y cacharos han fijado los precios mínimos a los que están dispuestos a vender sus coches en el mercado de segunda mano. Dicho precio mínimo es de V_j para los propietarios de joyas, y de V_c para los propietarios de cacharos. Lógicamente, $V_j > V_c$. Por su parte, los compradores de coches usados están dispuestos a pagar C_j por una joya (sabiendo que lo es), y C_c por un cacharro (pudiendo identificar que lo es), donde $C_j > C_c$. Para que tanto el mercado de joyas como el de cacharos puedan existir, asumimos que $C_j > V_j$ y $C_c > V_c$. Es decir, lo que están dispuestos a pagar los compradores, para cada tipo de coche, es siempre mayor que el mínimo precio al que aceptarían venderlo sus propietarios.

Cuando determinemos el precio y la cantidad de equilibrio del modelo, veremos cómo *la información asimétrica origina selección adversa*.

Supongamos primero que no existe información asimétrica, es decir, que cada comprador y vendedor sabe de qué tipo de coche se trata en el momento de efectuar la transacción. Para facilitar el análisis, supongamos que las demandas de joyas y de cacharos son perfectamente elásticas (horizontales) y que la oferta de coches es fija. Es decir, el precio de equilibrio en el mercado de joyas será C_j y el precio de equilibrio en el mercado de cacharos será C_c , pues esos son los precios que los consumidores están dispuestos a pagar por un coche cuando conocen la calidad del mismo, es decir, cuando pueden diferenciar perfectamente entre una joya y un cacharro. En este caso, tenemos dos mercados separados, puesto que un cacharro no podrá hacerse pasar nunca por una joya ni una joya por un cacharro. La figura 3 ilustra esta situación:

Modelicemos este escenario. Supón que N individuos poseen, cada uno de ellos, un coche de un año determinado y de una determinada marca. Algunos de esos coches nunca han dado problemas a sus propietarios, todo funciona a la perfección. Denominemos a esos coches como “joyas”. El número de joyas es una fracción k del total N de coches. El resto de los propietarios sí ha sufrido ciertos problemas con sus coches. Así, $(1-k)$ es la fracción de “cacharos” que hay dentro del total N de coches.

Los propietarios de joyas y cacharos han fijado los precios mínimos a los que están dispuestos a vender sus coches en el mercado de segunda mano. Dicho precio mínimo es de V_j para los propietarios de joyas, y de V_c para los propietarios de cacharos. Lógicamente, $V_j > V_c$. Por su parte, los compradores de coches usados están dispuestos a pagar C_j por una joya (sabiendo que lo es), y C_c por un cacharro (pudiendo identificar que lo es), donde $C_j > C_c$. Para que tanto el mercado de joyas como el de cacharos puedan existir, asumimos que $C_j > V_j$ y $C_c > V_c$. Es decir, lo que están dispuestos a pagar los compradores, para cada tipo de coche, es siempre mayor que el mínimo precio al que aceptarían venderlo sus propietarios.

Cuando determinemos el precio y la cantidad de equilibrio del modelo, veremos cómo *la información asimétrica origina selección adversa*.

Supongamos primero que no existe información asimétrica, es decir, que cada comprador y vendedor sabe de qué tipo de coche se trata en el momento de efectuar la transacción. Para facilitar el análisis, supongamos que las demandas de joyas y de cacharos son perfectamente elásticas (horizontales) y que la oferta de coches es fija. Es decir, el precio de equilibrio en el mercado de joyas será C_j y el precio de equilibrio en el mercado de cacharos será C_c , pues esos son los precios que los consumidores están dispuestos a pagar por un coche cuando conocen la calidad del mismo, es decir, cuando pueden diferenciar perfectamente entre una joya y un cacharro. En este caso, tenemos dos mercados separados, puesto que un cacharro no podrá hacerse pasar nunca por una joya ni una joya por un cacharro. La figura 3 ilustra esta situación:

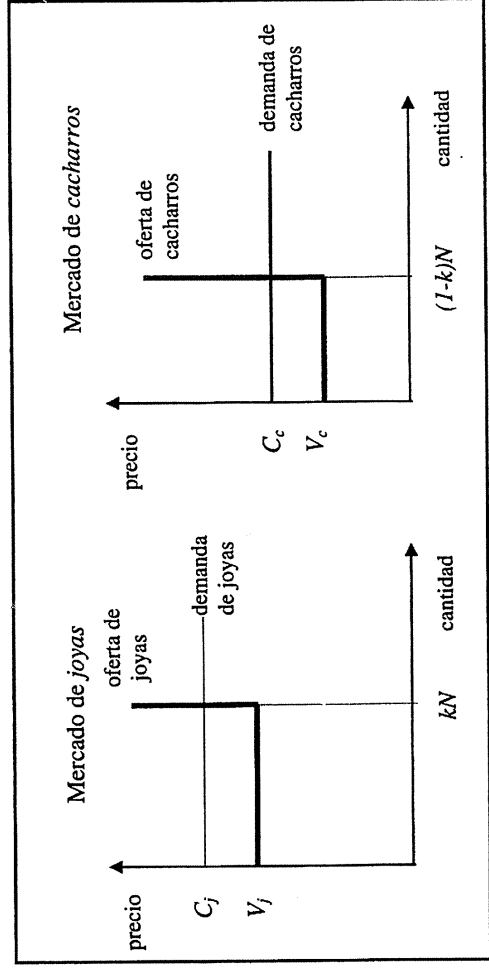


Figura 3. Equilibrio en el mercado de joyas y de cacharros bajo información simétrica.

La pregunta que debemos hacernos a continuación es: *¿cómo cambian las cosas cuando existe información asimétrica?*. En ese caso, el comprador no puede distinguir, en el momento de decidir su compra, entre joyas y cacharros. Todos los coches son iguales para los compradores, pero saben que existe una proporción de esos coches que son joyas y una proporción de cacharros. Sin embargo, no saben cuál es la proporción. Ningún consumidor está dispuesto a pagar ahora C_j por un coche, puesto que la probabilidad de que sea un cacharro es $(1-k)$. Con este razonamiento, los consumidores estarán dispuestos a pagar un precio medio ponderado seleccionado aleatoriamente entre los que ofrecen los propietarios. Dicho precio, P_c , viene expresado como:

$$(8) \quad P_c = \frac{kC_jN + (1-k)C_cN}{N} = kC_j + (1-k)C_c$$

Observa que el precio que un comprador está dispuesto a pagar, en estas circunstancias, depende de la fracción de joyas que hay en el total de coches, y de los precios que están dispuestos a pagar los consumidores por una joya y por un cacharro cuando pueden distinguirlos. Así, por ejemplo, si los compradores estiman que hay un 80 por ciento de joyas, es decir, $k=0,8$, $C_j=15.000$ u.m. por una joya (si distingue que es una joya) y

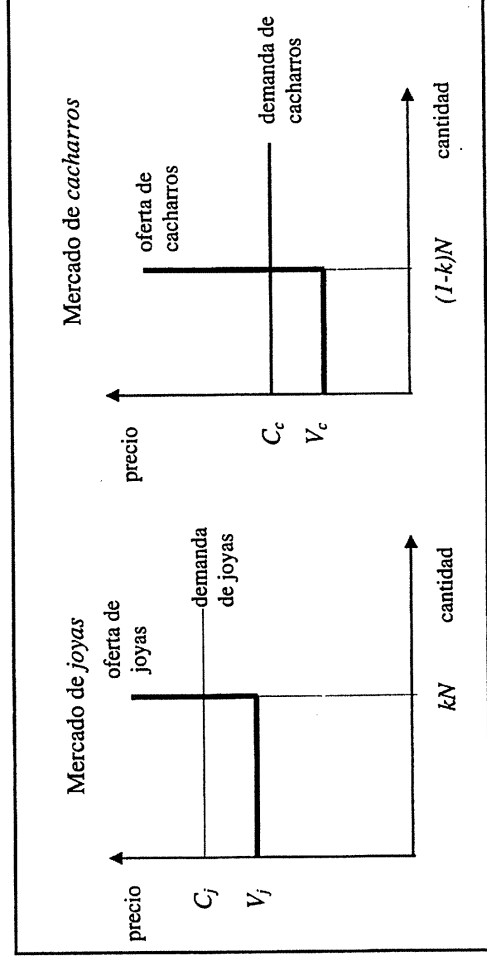


Figura 3. Equilibrio en el mercado de joyas y de cacharros bajo información simétrica.

La pregunta que debemos hacernos a continuación es: *¿cómo cambian las cosas cuando existe información asimétrica?*. En ese caso, el comprador no puede distinguir, en el momento de decidir su compra, entre joyas y cacharros. Todos los coches son iguales para los compradores, pero saben que existe una proporción de esos coches que son joyas y una proporción de cacharros. Sin embargo, no saben cuál es la proporción. Ningún consumidor está dispuesto a pagar ahora C_j por un coche, puesto que la probabilidad de que sea un cacharro es $(1-k)$. Con este razonamiento, los consumidores estarán dispuestos a pagar un precio medio ponderado seleccionado aleatoriamente entre los que ofrecen los propietarios. Dicho precio, P_c , viene expresado como:

$$(8) \quad P_c = \frac{kC_jN + (1-k)C_cN}{N} = kC_j + (1-k)C_c$$

Observa que el precio que un comprador está dispuesto a pagar, en estas circunstancias, depende de la fracción de joyas que hay en el total de coches, y de los precios que están dispuestos a pagar los consumidores por una joya y por un cacharro cuando pueden distinguirlos. Así, por ejemplo, si los compradores estiman que hay un 80 por ciento de joyas, es decir, $k=0,8$, $C_j=15.000$ u.m. por una joya (si distingue que es una joya) y

$C_c=10.000$ u.m. por un cacharro (si lo distingue), dichos consumidores estarán dispuestos a pagar la cantidad $P_c=0,8(15.000)+0,2(10.000)=14.000$ u.m. por un coche escogido de forma aleatoria. Y ese será el precio de equilibrio cuando la información es asimétrica. Observa que al disminuir el porcentaje de joyas que se estima que hay dentro del total N de coches (k decrece), el precio de equilibrio (si $k=0,2$ $P_c=11.000$) bajo información asimétrica se acerca más a C_c , precio que están dispuestos a pagar los consumidores por un cacharro cuando pueden distinguir que lo es. Este fenómeno se ilustra en la figura 4, donde se contempla la función de demanda del mercado para dos casos, cuando $k=0,8$ y cuando $k=0,2$:

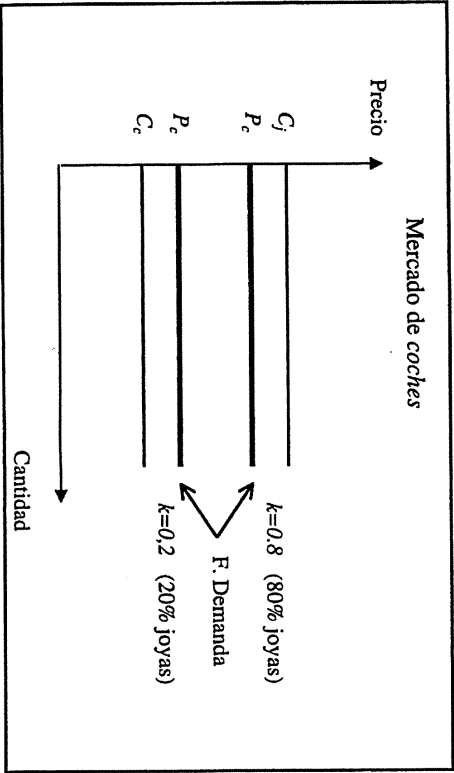


Figura 4. Función de demanda del mercado de coches bajo información asimétrica.

En cuanto a la función de oferta, tenemos que tener en cuenta que los vendedores poseen más información que los compradores. Así, si $P_c < V_o$, entonces ningún propietario estará dispuesto a vender su coche usado. Si, en cambio, $V_j > P_c \geq V_c$, se ofrecerán en el mercado $(1-k)N$ coches (todos los cacharos). Por último, si $P_c \geq V_j$, los propietarios de joyas también estarán dispuestos a vender. Tenemos, por tanto, una función de oferta híbrida, pues la calidad media de los coches que se ofrecen sube cuando el precio es, al menos, el precio al que los propietarios de joyas están dispuestos a vender su coche. Observa la figura 5:

$C_c=10.000$ u.m. por un cacharro (si lo distingue), dichos consumidores estarán dispuestos a pagar la cantidad $P_c=0,8(15.000)+0,2(10.000)=14.000$ u.m. por un coche escogido de forma aleatoria. Y ese será el precio de equilibrio cuando la información es asimétrica. Observa que al disminuir el porcentaje de joyas que se estima que hay dentro del total N de coches (k decrece), el precio de equilibrio (si $k=0,2$ $P_c=11.000$) bajo información asimétrica se acerca más a C_c , precio que están dispuestos a pagar los consumidores por un cacharro cuando pueden distinguir que lo es. Este fenómeno se ilustra en la figura 4, donde se contempla la función de demanda del mercado para dos casos, cuando $k=0,8$ y cuando $k=0,2$:

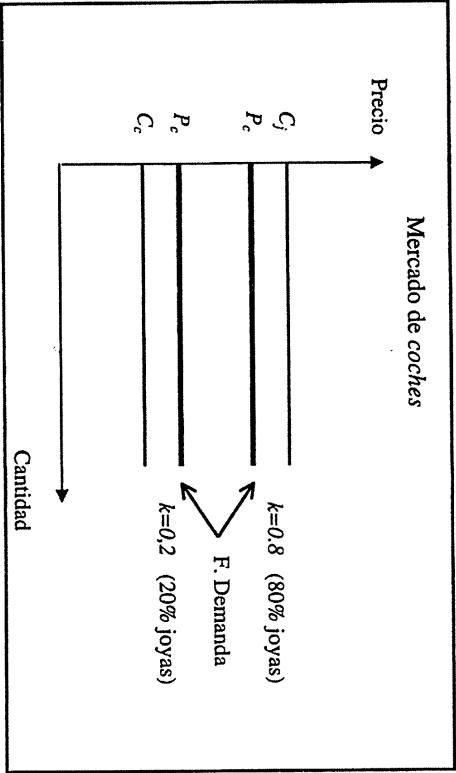


Figura 4. Función de demanda del mercado de coches bajo información asimétrica.

En cuanto a la función de oferta, tenemos que tener en cuenta que los vendedores poseen más información que los compradores. Así, si $P_c < V_o$, entonces ningún propietario estará dispuesto a vender su coche usado. Si, en cambio, $V_j > P_c \geq V_c$, se ofrecerán en el mercado $(1-k)N$ coches (todos los cacharos). Por último, si $P_c \geq V_j$, los propietarios de joyas también estarán dispuestos a vender. Tenemos, por tanto, una función de oferta híbrida, pues la calidad media de los coches que se ofrecen sube cuando el precio es, al menos, el precio al que los propietarios de joyas están dispuestos a vender su coche. Observa la figura 5:

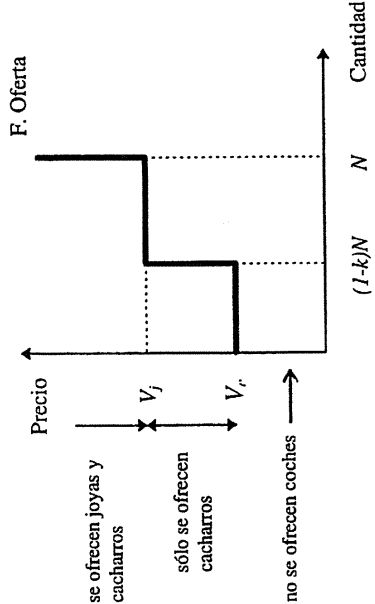


Figura 5. Función de oferta bajo información asimétrica.

¿Cuál es el precio de equilibrio en este mercado? Dependerá de la fracción de joyas que los compradores estimen que hay dentro del total de los N automóviles. Mira la figura 6. Así, si se estima que k es relativamente alto, $P_c > V_j$ y se venderán tanto joyas como cacharros en este mercado. En cambio, si k es relativamente bajo, ocurre que $P_c < V_j$ y los propietarios de joyas no estarán dispuestos a vender.

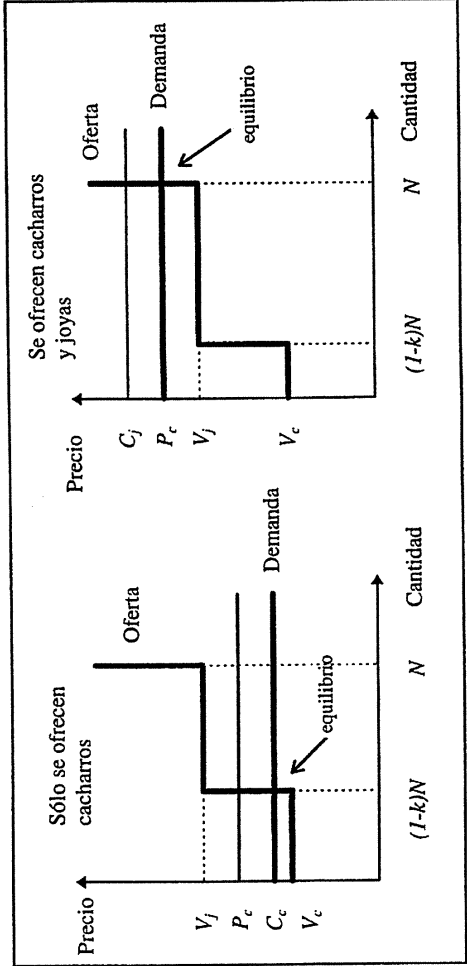


Figura 6. Equilibrio de mercado con información asimétrica.

Existirá un k^* crítico para el que los propietarios de joyas estén dispuestos a vender su coche. Si la fracción real de joyas es mayor o igual

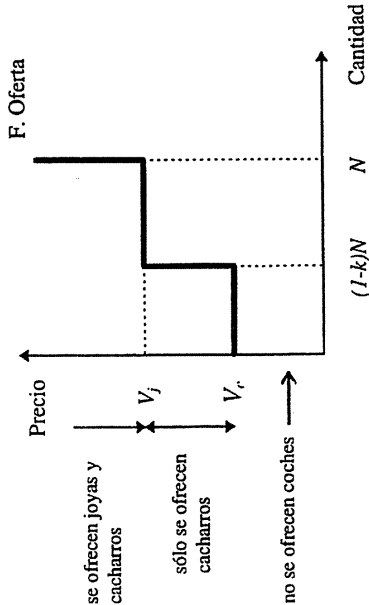


Figura 5. Función de oferta bajo información asimétrica.

¿Cuál es el precio de equilibrio en este mercado? Dependerá de la fracción de joyas que los compradores estimen que hay dentro del total de los N automóviles. Mira la figura 6. Así, si se estima que k es relativamente alto, $P_c > V_j$ y se venderán tanto joyas como cacharros en este mercado. En cambio, si k es relativamente bajo, ocurre que $P_c < V_j$ y los propietarios de joyas no estarán dispuestos a vender.

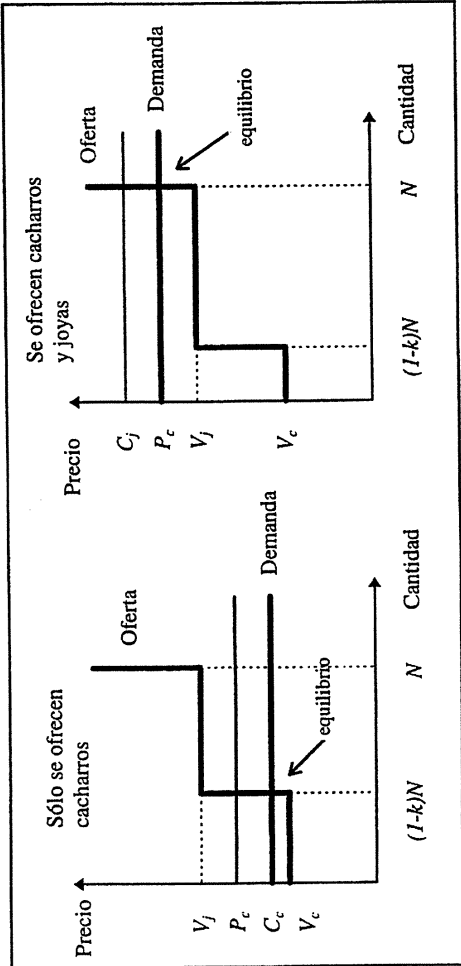


Figura 6. Equilibrio de mercado con información asimétrica.

Existirá un k^* crítico para el que los propietarios de joyas estén dispuestos a vender su coche. Si la fracción real de joyas es mayor o igual

que k^* los propietarios ofrecerán tanto joyas como cacharros. Si k es menor que k^* , se ofrecerán cacharros al mercado, pero los propietarios de joyas no venderán sus coches y el mercado de coches usados se verá reducido.

Veamos cuál será el valor de k^* . Sabemos que si $P_c = V_j$ los propietarios de joyas estarán dispuestos a vender. Si sustituimos esto en la expresión (8), tenemos que:

(9)
$$V_j = k \cdot C_j + (1 - k) \cdot C_c = k(C_j - C_c) + C_c$$

Si despejamos k de la expresión (9), tenemos el k^* crítico que buscamos:

$$k^* = \frac{V_j - C_c}{C_j - C_c}$$

Observa que dicho valor depende de los precios máximos de compra de joyas y cacharros (C_j y C_c) y del precio mínimo al que los vendedores de joyas están dispuestos a ofrecer su coche (V_j).

Con un ejemplo numérico, veremos claro cómo calcular ese valor crítico del número de joyas. Sea $V_j = 12.000$ u.m. el precio al que se ofrece una joya, $C_j = 15.000$ u.m. el precio al que se compra y $C_c = 7.000$ u.m. el precio de compra de un cacharro. El valor crítico de k (número total de joyas dentro del total de N coches) es $k^* = 62,5\%$. Por lo tanto, si los consumidores estiman que hay, al menos, un 62,5% de joyas en el mercado de coches usados, los consumidores estarán dispuestos a pagar, al menos, un precio igual a $P_c = 12.000$. Si la estimación es que hay menos del 62,5% de joyas, no se ofrecerán joyas en el mercado puesto que los consumidores no estarán dispuestos a pagar 12.000 u.m. sino menos, es decir, $P_c < V_j$, con lo que el mercado se llenará de cacharros. Debido a la existencia de información asimétrica, se genera una selección adversa en el mercado, puesto que los coches que se comercian no constituyen una selección al azar de todos los coches de segunda mano: todos son cacharros. En este caso, y tal como aparece en la figura 4, el precio que los consumidores estarán dispuestos a pagar no será ni siquiera P_c puesto que, al saber que todos los coches son cacharros, querrán pagar $C_c = 7.000$ u.m..

que k^* los propietarios ofrecerán tanto joyas como cacharros. Si k es menor que k^* , se ofrecerán cacharros al mercado, pero los propietarios de joyas no venderán sus coches y el mercado de coches usados se verá reducido.

Veamos cuál será el valor de k^* . Sabemos que si $P_c = V_j$ los propietarios de joyas estarán dispuestos a vender. Si sustituimos esto en la expresión (8), tenemos que:

(9)
$$V_j = k \cdot C_j + (1 - k) \cdot C_c = k(C_j - C_c) + C_c$$

Si despejamos k de la expresión (9), tenemos el k^* crítico que buscamos:

$$k^* = \frac{V_j - C_c}{C_j - C_c}$$

Observa que dicho valor depende de los precios máximos de compra de joyas y cacharros (C_j y C_c) y del precio mínimo al que los vendedores de joyas están dispuestos a ofrecer su coche (V_j).

Con un ejemplo numérico, veremos claro cómo calcular ese valor crítico del número de joyas. Sea $V_j = 12.000$ u.m. el precio al que se ofrece una joya, $C_j = 15.000$ u.m. el precio al que se compra y $C_c = 7.000$ u.m. el precio de compra de un cacharro. El valor crítico de k (número total de joyas dentro del total de N coches) es $k^* = 62,5\%$. Por lo tanto, si los consumidores estiman que hay, al menos, un 62,5% de joyas en el mercado de coches usados, los consumidores estarán dispuestos a pagar, al menos, un precio igual a $P_c = 12.000$. Si la estimación es que hay menos del 62,5% de joyas, no se ofrecerán joyas en el mercado puesto que los consumidores no estarán dispuestos a pagar 12.000 u.m. sino menos, es decir, $P_c < V_j$, con lo que el mercado se llenará de cacharros. Debido a la existencia de información asimétrica, se genera una selección adversa en el mercado, puesto que los coches que se comercian no constituyen una selección al azar de todos los coches de segunda mano: todos son cacharros. En este caso, y tal como aparece en la figura 4, el precio que los consumidores estarán dispuestos a pagar no será ni siquiera P_c puesto que, al saber que todos los coches son cacharros, querrán pagar $C_c = 7.000$ u.m..

Concluyendo, vemos que cuando existe información asimétrica el funcionamiento de un mercado puede ser muy imperfecto. Con el ejemplo de coches de segunda mano, hemos visto claramente cómo se puede originar una selección adversa que termine con la existencia de joyas en el mercado. Por tanto, ciertas transacciones que sí tendrían lugar bajo información simétrica, dejan de tener lugar cuando la información es asimétrica.

En definitiva, existe relación entre la calidad y la existencia de asimetría en la información. La existencia de bienes de distintas calidades plantea problemas del tipo que hemos ilustrado con el ejemplo del mercado de coches. En concreto, hemos contemplado una estructura para la determinación del coste económico de la deshonestidad.

1.3. Señales y precios

El modelo de coches usados nos ilustraba una situación en la que los consumidores sólo pueden adquirir información sobre la calidad del bien en cuestión, observando la calidad media existente en el mercado. Existen diversas instituciones de mercado que intentan eliminar la asimetría en la información, e informar a los consumidores potenciales sobre un determinado producto. Ejemplos claros son las garantías, la comprobación y la reputación. Ofreciendo una garantía a su comprador, el propietario de una joya puede diferenciar su coche de un cacharro. Por otro lado, se puede permitir comprobar el estado del coche previamente a la compra del mismo. Por último, comprar a un vendedor que tiene buena reputación puede salvar al cliente de futuros problemas. Estas informaciones adicionales que el comprador puede adquirir se denominan *señales*. Vamos a construir un modelo con estas señales.

Considera el mercado de cierto bien X producido por una empresa. El valor de dicho bien depende de una señal observable s y de una variable aleatoria no observada ε . Por ejemplo, en el mercado de acciones de una sociedad, s representaría los beneficios actuales de la sociedad, mientras que ε incluiría todos los factores aleatorios exógenos que pudiesen afectar

Concluyendo, vemos que cuando existe información asimétrica el funcionamiento de un mercado puede ser muy imperfecto. Con el ejemplo de coches de segunda mano, hemos visto claramente cómo se puede originar una selección adversa que termine con la existencia de joyas en el mercado. Por tanto, ciertas transacciones que sí tendrían lugar bajo información simétrica, dejan de tener lugar cuando la información es asimétrica.

En definitiva, existe relación entre la calidad y la existencia de asimetría en la información. La existencia de bienes de distintas calidades plantea problemas del tipo que hemos ilustrado con el ejemplo del mercado de coches. En concreto, hemos contemplado una estructura para la determinación del coste económico de la deshonestidad.

1.3. Señales y precios

El modelo de coches usados nos ilustraba una situación en la que los consumidores sólo pueden adquirir información sobre la calidad del bien en cuestión, observando la calidad media existente en el mercado. Existen diversas instituciones de mercado que intentan eliminar la asimetría en la información, e informar a los consumidores potenciales sobre un determinado producto. Ejemplos claros son las garantías, la comprobación y la reputación. Ofreciendo una garantía a su comprador, el propietario de una joya puede diferenciar su coche de un cacharro. Por otro lado, se puede permitir comprobar el estado del coche previamente a la compra del mismo. Por último, comprar a un vendedor que tiene buena reputación puede salvar al cliente de futuros problemas. Estas informaciones adicionales que el comprador puede adquirir se denominan *señales*. Vamos a construir un modelo con estas señales.

Considera el mercado de cierto bien X producido por una empresa. El valor de dicho bien depende de una señal observable s y de una variable aleatoria no observada ε . Por ejemplo, en el mercado de acciones de una sociedad, s representaría los beneficios actuales de la sociedad, mientras que ε incluiría todos los factores aleatorios exógenos que pudiesen afectar

al valor de las acciones. Supón que estas variables vienen relacionadas a través de la siguiente función: $\delta = s + \varepsilon$. El precio esperado en equilibrio de este bien es $p = \delta$. Es decir, las distintas observaciones de ε darán como resultado distintos precios de equilibrio. Así, la demanda del bien X dependerá de su precio y de los valores que tome la señal observable, si se observa.

Vamos a considerar que existen dos tipos de consumidores: los *informados*, que observan la señal s , y los *no informados*, que no la observan. La demanda de mercado para los consumidores informados la expresamos como $D(p, s)$, y la demanda para los no informados como $D(p)$. Supón ahora que hay un g por ciento de consumidores informados, y un $(1-g)$ por ciento de no informados. Denotemos como X_s a la oferta disponible del bien X. En equilibrio, demanda y oferta deben igualarse: $X_s = gD(p, s) + (1-g)D(p)$.

Es de esperar que, para cada valor distinto de la señal s observado por los consumidores informados, el precio del bien será distinto. A medida que el tiempo pase, los consumidores no informados se darán cuenta de que existe una relación entre la señal observada por los consumidores informados y el precio del bien. Y, tarde o temprano, el consumidor podrá inferir el valor de s a través de la observación del precio. Es decir, es el propio mercado el que está transmitiendo toda la información sobre el valor del bien X.

Y todo esto considerando que el equilibrio de mercado existe (?).

Supongamos que observar la señal es costoso. Puede ser, por ejemplo, el tiempo necesario para leerse los periódicos o los informes específicos sobre determinada empresa o producto. Imagina que, en un principio, $g=0$, es decir, no hay ningún consumidor informado. Si el coste de observar s es pequeño, parece razonable pensar que algunos consumidores querrán adquirir la información. Por lo tanto, $g=0$ no corresponde a una situación de equilibrio.

al valor de las acciones. Supón que estas variables vienen relacionadas a través de la siguiente función: $\delta = s + \varepsilon$. El precio esperado en equilibrio de este bien es $p = \delta$. Es decir, las distintas observaciones de ε darán como resultado distintos precios de equilibrio. Así, la demanda del bien X dependerá de su precio y de los valores que tome la señal observable, si se observa.

Vamos a considerar que existen dos tipos de consumidores: los *informados*, que observan la señal s , y los *no informados*, que no la observan. La demanda de mercado para los consumidores informados la expresamos como $D(p, s)$, y la demanda para los no informados como $D(p)$. Supón ahora que hay un g por ciento de consumidores informados, y un $(1-g)$ por ciento de no informados. Denotemos como X_s a la oferta disponible del bien X. En equilibrio, demanda y oferta deben igualarse: $X_s = gD(p, s) + (1-g)D(p)$.

Es de esperar que, para cada valor distinto de la señal s observado por los consumidores informados, el precio del bien será distinto. A medida que el tiempo pase, los consumidores no informados se darán cuenta de que existe una relación entre la señal observada por los consumidores informados y el precio del bien. Y, tarde o temprano, el consumidor podrá inferir el valor de s a través de la observación del precio. Es decir, es el propio mercado el que está transmitiendo toda la información sobre el valor del bien X.

Y todo esto considerando que el equilibrio de mercado existe (?).

Supongamos que observar la señal es costoso. Puede ser, por ejemplo, el tiempo necesario para leerse los periódicos o los informes específicos sobre determinada empresa o producto. Imagina que, en un principio, $g=0$, es decir, no hay ningún consumidor informado. Si el coste de observar s es pequeño, parece razonable pensar que algunos consumidores querrán adquirir la información. Por lo tanto, $g=0$ no corresponde a una situación de equilibrio.

Por otro lado, si hay algunos consumidores informados de manera que $0 < g \leq 1$, el precio de equilibrio debe reflejar la información de la que disponen, con lo que dichos consumidores informados pueden ahorrarse el coste de observar la señal e informarse directamente a través del precio. Ningún comprador potencial tiene, por tanto, incentivos para informarse. En definitiva, no existe valor de equilibrio para g .

Todo el problema radica en el supuesto de que el precio deba transmitir toda la información sobre el bien, pues se elimina todo incentivo a adquirir información. Pero el problema es aún mayor, puesto que si nadie adquiere información, el precio no tiene por qué transmitir esa información. Ello lleva a una situación en la que, dado que todos los consumidores son del tipo *no informados*, el precio del producto puede ser tal que “esconda” información relevante.

Tenemos otra alternativa: suponer que el precio sólo puede transmitir información imperfecta sobre la señal, es decir, que no puede transmitir toda la información disponible sobre el bien en cuestión. Supongamos, para hacer consistente este supuesto, que la oferta, la cantidad disponible del bien, es aleatoria. En esta nueva situación, puede que un precio alto de equilibrio sea consecuencia de que los agentes no informados observan un valor elevado de s , o bien porque el valor de X_s (no observado) sea bajo. Vemos que, en este contexto, el consumidor no informado no puede inferir información completa sobre s a través del precio. Por lo tanto, el precio de equilibrio podemos expresarlo como $p = p(s, X_s)$. Supón que esa función del precio es invertible, de manera que: $s = s(p, X_s)$. Así, un consumidor puede determinar el valor de la señal a partir del precio de mercado y a partir de los valores posibles de la oferta X_s (no observable). El valor del bien será, en este caso: $\delta = s(p, X_s) + \varepsilon$.

Supón, adicionalmente, que los consumidores no informados tienen unas creencias que se definen a través de una distribución de probabilidad sobre los valores posibles de X_s . A partir de esta distribución y del valor δ del bien, los consumidores pueden calcular, a través de la maximización de su utilidad esperada, su función de demanda $D(p)$. Por otro lado, los

Por otro lado, si hay algunos consumidores informados de manera que $0 < g \leq 1$, el precio de equilibrio debe reflejar la información de la que disponen, con lo que dichos consumidores informados pueden ahorrarse el coste de observar la señal e informarse directamente a través del precio. Ningún comprador potencial tiene, por tanto, incentivos para informarse. En definitiva, no existe valor de equilibrio para g .

Todo el problema radica en el supuesto de que el precio deba transmitir toda la información sobre el bien, pues se elimina todo incentivo a adquirir información. Pero el problema es aún mayor, puesto que si nadie adquiere información, el precio no tiene por qué transmitir esa información. Ello lleva a una situación en la que, dado que todos los consumidores son del tipo *no informados*, el precio del producto puede ser tal que “esconda” información relevante.

Tenemos otra alternativa: suponer que el precio sólo puede transmitir información imperfecta sobre la señal, es decir, que no puede transmitir toda la información disponible sobre el bien en cuestión. Supongamos, para hacer consistente este supuesto, que la oferta, la cantidad disponible del bien, es aleatoria. En esta nueva situación, puede que un precio alto de equilibrio sea consecuencia de que los agentes no informados observan un valor elevado de s , o bien porque el valor de X_s (no observado) sea bajo. Vemos que, en este contexto, el consumidor no informado no puede inferir información completa sobre s a través del precio. Por lo tanto, el precio de equilibrio podemos expresarlo como $p = p(s, X_s)$. Supón que esa función del precio es invertible, de manera que: $s = s(p, X_s)$. Así, un consumidor puede determinar el valor de la señal a partir del precio de mercado y a partir de los valores posibles de la oferta X_s (no observable). El valor del bien será, en este caso: $\delta = s(p, X_s) + \varepsilon$.

Supón, adicionalmente, que los consumidores no informados tienen unas creencias que se definen a través de una distribución de probabilidad sobre los valores posibles de X_s . A partir de esta distribución y del valor δ del bien, los consumidores pueden calcular, a través de la maximización de su utilidad esperada, su función de demanda $D(p)$. Por otro lado, los

consumidores informados observan p y s , maximizan su utilidad esperada y determinan su función de demanda $D(p,s)$. El precio p' de equilibrio vendrá determinado a través de: $gD(p',X_s) + (1-g)D(p') = X_s$.

Los consumidores no informados deben hacer una predicción correcta del precio dados los valores apropiados de s y X_s , es decir: $p' = p(s,X_s)$.

Puesto que para observar s hace falta asumir un coste, en equilibrio debe ocurrir que cada consumidor debe tener incentivos *cero* a dejar de estar como está, es decir, informado o no informado. Si nadie está informado, $g=0$, el precio de mercado no transmitirá ninguna información, así que a los consumidores les interesaría tratar de adquirirla. Si todos están informados $g=1$, el precio de mercado será muy informativo, y habrá consumidores que tengan incentivos a dejar de estar informados y así ahorrarse el coste de búsqueda de la información.

Un valor de equilibrio de g , en este contexto, sería aquel para el cual, si un consumidor pasara de estar informado a no estarlo, aumentarían de forma infinitesimal los efectos error del precio de mercado, de manera que dicho precio ya no podría transmitir el volumen de información consistente con el equilibrio.

En la literatura sobre estas cuestiones (lejos del ámbito de nuestro temario) se demuestra que, bajo ciertos supuestos sobre el coste de adquisición de la información, dicho valor de equilibrio para g existe. Lo que ocurre entonces es que algunos consumidores se limitan a observar el precio antes de tomar sus decisiones de compra, y otros adquirirán la señal informativa. Se demuestra que los agentes informados obtienen mejores resultados, pero sus beneficios sólo alcanzan a cubrir, exactamente, los costes de adquisición de la señal. ¿Vale la pena ser un consumidor informado?.

consumidores informados observan p y s , maximizan su utilidad esperada y determinan su función de demanda $D(p,s)$. El precio p' de equilibrio vendrá determinado a través de: $gD(p',X_s) + (1-g)D(p') = X_s$.

Los consumidores no informados deben hacer una predicción correcta del precio dados los valores apropiados de s y X_s , es decir: $p' = p(s,X_s)$.

Puesto que para observar s hace falta asumir un coste, en equilibrio debe ocurrir que cada consumidor debe tener incentivos *cero* a dejar de estar como está, es decir, informado o no informado. Si nadie está informado, $g=0$, el precio de mercado no transmitirá ninguna información, así que a los consumidores les interesaría tratar de adquirirla. Si todos están informados $g=1$, el precio de mercado será muy informativo, y habrá consumidores que tengan incentivos a dejar de estar informados y así ahorrarse el coste de búsqueda de la información.

Un valor de equilibrio de g , en este contexto, sería aquel para el cual, si un consumidor pasara de estar informado a no estarlo, aumentarían de forma infinitesimal los efectos error del precio de mercado, de manera que dicho precio ya no podría transmitir el volumen de información consistente con el equilibrio.

En la literatura sobre estas cuestiones (lejos del ámbito de nuestro temario) se demuestra que, bajo ciertos supuestos sobre el coste de adquisición de la información, dicho valor de equilibrio para g existe. Lo que ocurre entonces es que algunos consumidores se limitan a observar el precio antes de tomar sus decisiones de compra, y otros adquirirán la señal informativa. Se demuestra que los agentes informados obtienen mejores resultados, pero sus beneficios sólo alcanzan a cubrir, exactamente, los costes de adquisición de la señal. ¿Vale la pena ser un consumidor informado?.

2. Problemas tipo Principal-Agente

En esta sección nos ocuparemos del problema de *riesgo moral*, en el que una de las partes que intervienen en la realización de una transacción puede realizar acciones que:

- i) afectan a la valoración de la transacción que hace la otra parte.
- ii) la otra parte no puede controlar o imponer de forma absoluta.

Un ejemplo claro de este tipo de situaciones es el del seguro contra incendios, en el que el asegurado puede no ser tan cuidadoso a la hora de evitar un incendio. O el caso de una empresa que ha contratado a un trabajador, donde el contratado puede no poner suficiente esfuerzo en el desempeño del trabajo a realizar, algo que no es directamente controlable y que, sin duda alguna, influirá en los resultados de la empresa.

La solución a este tipo de problemas consiste en el establecimiento de incentivos, de manera que se estructure la transacción de forma que la parte que no lleva cuidado, movido por su propio interés, lleve a cabo acciones con las que la otra parte estaría más satisfecha. Se trata de incentivarle a que lleve más cuidado. Esta es la razón por la que, por ejemplo, el seguro contra incendios suele ser un seguro con cobertura parcial, de forma que el asegurado tiene interés en evitar un incendio.

De forma muy sencilla y general (dadas las limitaciones del curso), vamos a modelizar este tipo de situaciones. Imagina que una parte (el jefe), denominada *principal*, propone a una segunda parte (el empleado), que llamaremos *agente*, la realización de una determinada tarea. El agente es parte de una población de agentes similares y aceptará la propuesta del principal en la medida en que su utilidad neta por realizar la tarea sea, como mínimo, tan grande como la utilidad que tendría en su mejor alternativa. Dicho nivel de utilidad recibe el nombre de *nivel de utilidad de reserva* del agente. Si acepta, el agente tiene entonces que decidir si se esforzará mucho (e_1) o poco (e_0) en la realización de su trabajo. Por supuesto, el agente,

2. Problemas tipo Principal-Agente

En esta sección nos ocuparemos del problema de *riesgo moral*, en el que una de las partes que intervienen en la realización de una transacción puede realizar acciones que:

- i) afectan a la valoración de la transacción que hace la otra parte.
- ii) la otra parte no puede controlar o imponer de forma absoluta.

Un ejemplo claro de este tipo de situaciones es el del seguro contra incendios, en el que el asegurado puede no ser tan cuidadoso a la hora de evitar un incendio. O el caso de una empresa que ha contratado a un trabajador, donde el contratado puede no poner suficiente esfuerzo en el desempeño del trabajo a realizar, algo que no es directamente controlable y que, sin duda alguna, influirá en los resultados de la empresa.

La solución a este tipo de problemas consiste en el establecimiento de incentivos, de manera que se estructure la transacción de forma que la parte que no lleva cuidado, movido por su propio interés, lleve a cabo acciones con las que la otra parte estaría más satisfecha. Se trata de incentivarle a que lleve más cuidado. Esta es la razón por la que, por ejemplo, el seguro contra incendios suele ser un seguro con cobertura parcial, de forma que el asegurado tiene interés en evitar un incendio.

De forma muy sencilla y general (dadas las limitaciones del curso), vamos a modelizar este tipo de situaciones. Imagina que una parte (el jefe), denominada *principal*, propone a una segunda parte (el empleado), que llamaremos *agente*, la realización de una determinada tarea. El agente es parte de una población de agentes similares y aceptará la propuesta del principal en la medida en que su utilidad neta por realizar la tarea sea, como mínimo, tan grande como la utilidad que tendría en su mejor alternativa. Dicho nivel de utilidad recibe el nombre de *nivel de utilidad de reserva* del agente. Si acepta, el agente tiene entonces que decidir si se esforzará mucho (e_1) o poco (e_0) en la realización de su trabajo. Por supuesto, el agente,

ceteris paribus, prefiere esforzarse poco, puesto que tiene un coste de esforzarse: en concreto, $C(e_1)$ y $C(e_0)$ representan, respectivamente, el coste que representa para el agente realizar un esfuerzo alto (e_1) o bajo (e_0). Obviamente, $C(e_1) > C(e_0)$. Sin embargo, el valor que tiene para el principal el contratar a este agente, depende de si éste se esfuerza mucho o poco. Si el agente se esfuerza mucho, es probable que el principal obtenga de la transacción lo suficiente para compensar a ambas partes. Pero si se esfuerza poco, el principal no obtendrá ni para pagarle el salario de reserva (salario lo suficientemente alto como para que, sumado al bajo esfuerzo, el nivel de utilidad neta del agente supere su nivel de utilidad de reserva).

La cuestión es que el nivel de esfuerzo realizado por el agente *no es observable por el principal*. Llamemos p a la probabilidad de que, dado que el agente se esfuerza mucho, se obtengan los máximos resultados (π) tras realizar la tarea. La probabilidad de conseguir π con un esfuerzo bajo por parte del agente, la denotaremos como q . Lógicamente, $p > q$, pues parece más probable conseguir las máximas ganancias cuando se realiza un alto esfuerzo que cuando el esfuerzo es bajo. El siguiente esquema representa la relación entre resultados, niveles de esfuerzo y probabilidad de obtener determinado resultado³:

	π	0	← normalizado a cero el resultado del no éxito en la realización de la tarea
e_1	p	$1-p$	
e_0	q	$1-q$	

El agente, como ya se ha comentado, tiene una utilidad de reserva (UR) que debe compensar para aceptar realizar la tarea propuesta por el principal. Es decir, aceptará realizarla si $E[U(\omega)] \geq UR$, donde ω representa

³ Tras realizar la tarea, los resultados posibles son dos: conseguir las máximas ganancias (éxito) o bien las mínimas (no éxito). Las ganancias mínimas las normalizamos a cero, por simplicidad. No olvidemos que el principal debe incentivar al agente a realizar un esfuerzo alto en la consecución de la tarea encomendada.

ceteris paribus, prefiere esforzarse poco, puesto que tiene un coste de esforzarse: en concreto, $C(e_1)$ y $C(e_0)$ representan, respectivamente, el coste que representa para el agente realizar un esfuerzo alto (e_1) o bajo (e_0). Obviamente, $C(e_1) > C(e_0)$. Sin embargo, el valor que tiene para el principal el contratar a este agente, depende de si éste se esfuerza mucho o poco. Si el agente se esfuerza mucho, es probable que el principal obtenga de la transacción lo suficiente para compensar a ambas partes. Pero si se esfuerza poco, el principal no obtendrá ni para pagarle el salario de reserva (salario lo suficientemente alto como para que, sumado al bajo esfuerzo, el nivel de utilidad neta del agente supere su nivel de utilidad de reserva).

La cuestión es que el nivel de esfuerzo realizado por el agente *no es observable por el principal*. Llamemos p a la probabilidad de que, dado que el agente se esfuerza mucho, se obtengan los máximos resultados (π) tras realizar la tarea. La probabilidad de conseguir π con un esfuerzo bajo por parte del agente, la denotaremos como q . Lógicamente, $p > q$, pues parece más probable conseguir las máximas ganancias cuando se realiza un alto esfuerzo que cuando el esfuerzo es bajo. El siguiente esquema representa la relación entre resultados, niveles de esfuerzo y probabilidad de obtener determinado resultado³:

	π	0	← normalizado a cero el resultado del no éxito en la realización de la tarea
e_1	p	$1-p$	
e_0	q	$1-q$	

El agente, como ya se ha comentado, tiene una utilidad de reserva (UR) que debe compensar para aceptar realizar la tarea propuesta por el principal. Es decir, aceptará realizarla si $E[U(\omega)] \geq UR$, donde ω representa

³ Tras realizar la tarea, los resultados posibles son dos: conseguir las máximas ganancias (éxito) o bien las mínimas (no éxito). Las ganancias mínimas las normalizamos a cero, por simplicidad. No olvidemos que el principal debe incentivar al agente a realizar un esfuerzo alto en la consecución de la tarea encomendada.

el salario que recibe el agente si realiza la tarea. Dicho salario está compuesto por una parte fija (A) y por un porcentaje variable (b) que depende de las ganancias obtenidas (π), es decir, el agente recibe un salario $\omega = A + b\pi$. Nuestro agente es neutral al riesgo. Así, la utilidad que obtiene el agente como consecuencia de esforzarse mucho (e_1) en su tarea es:

$$E[U(e_1)] = E[\omega(e_1)] - C(e_1) = A + bp\pi - C(e_1)$$

Si se esfuerza poco (e_0), su utilidad viene expresada como:

$$E[U(e_0)] = E[\omega(e_0)] - C(e_0) = A + bq\pi - C(e_0)$$

El principal, también neutral al riesgo, debe pensar en hacer al agente una propuesta de “contrato” lo suficientemente atractiva como para que acepte y, además, que se esfuerce mucho en la realización del trabajo. Estas son las dos restricciones fundamentales que el principal debe tener en cuenta al maximizar su beneficio. Así, el problema del principal puede expresarse como:

$$\text{Max}_{A,b} E(\pi) = (1 - b) \cdot \pi \cdot p - A$$

s. a.

$$E[U(e_1)] \geq E[U(e_0)]$$

$$E[U(e_1)] \geq UR$$

Las variables de control para el principal son A y b , es decir, el salario fijo y la proporción de los resultados que entregará al agente una vez finalizada la tarea. ¿Cuáles son los valores de A y b que maximizan las ganancias que espera obtener el principal de este contrato y que, además, le permiten estar seguro de que el agente realizará la tarea esforzándose mucho?. Resolvamos el problema del agente. En primer lugar, observa que los valores de A y b consistentes con la maximización del beneficio

el salario que recibe el agente si realiza la tarea. Dicho salario está compuesto por una parte fija (A) y por un porcentaje variable (b) que depende de las ganancias obtenidas (π), es decir, el agente recibe un salario $\omega = A + b\pi$. Nuestro agente es neutral al riesgo. Así, la utilidad que obtiene el agente como consecuencia de esforzarse mucho (e_1) en su tarea es:

$$E[U(e_1)] = E[\omega(e_1)] - C(e_1) = A + bp\pi - C(e_1)$$

Si se esfuerza poco (e_0), su utilidad viene expresada como:

$$E[U(e_0)] = E[\omega(e_0)] - C(e_0) = A + bq\pi - C(e_0)$$

El principal, también neutral al riesgo, debe pensar en hacer al agente una propuesta de “contrato” lo suficientemente atractiva como para que acepte y, además, que se esfuerce mucho en la realización del trabajo. Estas son las dos restricciones fundamentales que el principal debe tener en cuenta al maximizar su beneficio. Así, el problema del principal puede expresarse como:

$$\text{Max}_{A,b} E(\pi) = (1 - b) \cdot \pi \cdot p - A$$

s. a.

$$E[U(e_1)] \geq E[U(e_0)]$$

$$E[U(e_1)] \geq UR$$

Las variables de control para el principal son A y b , es decir, el salario fijo y la proporción de los resultados que entregará al agente una vez finalizada la tarea. ¿Cuáles son los valores de A y b que maximizan las ganancias que espera obtener el principal de este contrato y que, además, le permiten estar seguro de que el agente realizará la tarea esforzándose mucho?. Resolvamos el problema del agente. En primer lugar, observa que los valores de A y b consistentes con la maximización del beneficio

esperado, deben ser los mínimos *posibles*⁴ puesto que, a mayores valores de A y b , menores ganancias esperadas. La primera restricción implica que:

$$\begin{aligned} A + bp\pi - C(e_1) &\geq A + bq\pi - C(e_0) \Rightarrow \\ \Rightarrow b(p - q)\pi &\geq C(e_1) - C(e_0) \Rightarrow \\ \Rightarrow b &\geq \frac{C(e_1) - C(e_0)}{\pi(p - q)} \end{aligned}$$

de manera que el valor mínimo de b , consistente con esta primera restricción, constituye el valor óptimo de b para el principal:

$$(10) \quad b^* = \frac{C(e_1) - C(e_0)}{\pi(p - q)}$$

De (10) podemos anotar las principales observaciones:

i) Cuanto mayores son las ganancias totales, menor es el valor de b^* , lo cual implica que, a mayores beneficios, un menor porcentaje de éstos es suficiente para compensar al agente.

ii) Cuanto mayor es la diferencia en los costes de esforzarse mucho frente a esforzarse poco, mayor debe ser el valor de b^* . Es decir, cuanto mayor es el “esfuerzo extra” que debe realizar el agente, más hay que premiarle por hacer dicho esfuerzo. A un agente que le cuesta casi lo mismo esforzarse mucho que poco, pagarle un menor b^* será suficiente para incentivarle a hacer un alto esfuerzo.

iii) A mayor diferencia entre p y q , menor valor de b^* . Es decir, cuanto más probable sea obtener las máximas ganancias haciendo un alto esfuerzo frente a un esfuerzo bajo, menor es el porcentaje de las ganancias que compensa al agente por la realización de la tarea.

⁴ Posibles en el sentido de que deben cumplir las restricciones que el agente “impone” al principal: incentivos para aceptar el contrato y para querer esforzarse mucho.

esperado, deben ser los mínimos *posibles*⁴ puesto que, a mayores valores de A y b , menores ganancias esperadas. La primera restricción implica que:

$$\begin{aligned} A + bp\pi - C(e_1) &\geq A + bq\pi - C(e_0) \Rightarrow \\ \Rightarrow b(p - q)\pi &\geq C(e_1) - C(e_0) \Rightarrow \\ \Rightarrow b &\geq \frac{C(e_1) - C(e_0)}{\pi(p - q)} \end{aligned}$$

de manera que el valor mínimo de b , consistente con esta primera restricción, constituye el valor óptimo de b para el principal:

$$(10) \quad b^* = \frac{C(e_1) - C(e_0)}{\pi(p - q)}$$

De (10) podemos anotar las principales observaciones:

i) Cuanto mayores son las ganancias totales, menor es el valor de b^* , lo cual implica que, a mayores beneficios, un menor porcentaje de éstos es suficiente para compensar al agente.

ii) Cuanto mayor es la diferencia en los costes de esforzarse mucho frente a esforzarse poco, mayor debe ser el valor de b^* . Es decir, cuanto mayor es el “esfuerzo extra” que debe realizar el agente, más hay que premiarle por hacer dicho esfuerzo. A un agente que le cuesta casi lo mismo esforzarse mucho que poco, pagarle un menor b^* será suficiente para incentivarle a hacer un alto esfuerzo.

iii) A mayor diferencia entre p y q , menor valor de b^* . Es decir, cuanto más probable sea obtener las máximas ganancias haciendo un alto esfuerzo frente a un esfuerzo bajo, menor es el porcentaje de las ganancias que compensa al agente por la realización de la tarea.

⁴ Posibles en el sentido de que deben cumplir las restricciones que el agente “impone” al principal: incentivos para aceptar el contrato y para querer esforzarse mucho.

En definitiva, de esta primera restricción que define los incentivos que el principal debe ofrecer al agente para realizar un alto esfuerzo en su trabajo, se concluye que, cuanto más ineficiente⁵ se espera que sea el agente, más hay que premiarle por la consecución exitosa de la tarea. Por ejemplo, si a un asegurado le cuesta mucho “llevar cuidado”, ese esfuerzo adicional por llevar cuidado debe ser recompensado con un mayor b^* . Sin embargo, si a un agente le cuesta muy poco esforzarse mucho, la recompensa por hacer un alto esfuerzo no tiene tanto sentido, puesto que el agente ni siquiera es tan consciente de que se está esforzando mucho.

La segunda restricción, relativa a los incentivos que el principal debe ofrecer al agente para que éste acepte realizar la tarea, implica, para $b=b^*$ que:

$$\begin{aligned} A + bp\pi - C(e_1) \geq UR &\Rightarrow A + \frac{C(e_1) - C(e_0)}{\pi(p - q)} \cdot p \cdot \pi - C(e_1) \geq UR \Rightarrow \\ &\Rightarrow A \geq UR + C(e_1) - \frac{p[C(e_1) - C(e_0)]}{p - q} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el mínimo valor de A compatible con la maximización de los beneficios esperados del principal es:

$$(11) \quad A^* = UR - \frac{qC(e_1) - pC(e_0)}{p - q}$$

De la expresión (11) podemos extraer las siguientes observaciones:

a) Cuanto mayor es la utilidad de reserva (UR) del agente, mayor debe ser la parte fija (segura) A^* del salario que le paga el principal por realizar el trabajo encomendado.

⁵ En el sentido de que hay que realizar mucho esfuerzo para conseguir aumentar muy poco la probabilidad de obtener los mejores resultados.

En definitiva, de esta primera restricción que define los incentivos que el principal debe ofrecer al agente para realizar un alto esfuerzo en su trabajo, se concluye que, cuanto más ineficiente⁵ se espera que sea el agente, más hay que premiarle por la consecución exitosa de la tarea. Por ejemplo, si a un asegurado le cuesta mucho “llevar cuidado”, ese esfuerzo adicional por llevar cuidado debe ser recompensado con un mayor b^* . Sin embargo, si a un agente le cuesta muy poco esforzarse mucho, la recompensa por hacer un alto esfuerzo no tiene tanto sentido, puesto que el agente ni siquiera es tan consciente de que se está esforzando mucho.

La segunda restricción, relativa a los incentivos que el principal debe ofrecer al agente para que éste acepte realizar la tarea, implica, para $b=b^*$ que:

$$\begin{aligned} A + bp\pi - C(e_1) \geq UR &\Rightarrow A + \frac{C(e_1) - C(e_0)}{\pi(p - q)} \cdot p \cdot \pi - C(e_1) \geq UR \Rightarrow \\ &\Rightarrow A \geq UR + C(e_1) - \frac{p[C(e_1) - C(e_0)]}{p - q} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el mínimo valor de A compatible con la maximización de los beneficios esperados del principal es:

$$(11) \quad A^* = UR - \frac{qC(e_1) - pC(e_0)}{p - q}$$

De la expresión (11) podemos extraer las siguientes observaciones:

a) Cuanto mayor es la utilidad de reserva (UR) del agente, mayor debe ser la parte fija (segura) A^* del salario que le paga el principal por realizar el trabajo encomendado.

⁵ En el sentido de que hay que realizar mucho esfuerzo para conseguir aumentar muy poco la probabilidad de obtener los mejores resultados.

b) Cuanto más probable es obtener éxito en la tarea con un alto esfuerzo frente a la probabilidad de conseguirlo con un esfuerzo bajo (mayor $(p-q)$), mayor debe ser el salario fijo del agente. En otras palabras, ser eficiente debe premiarse con seguridad.

c) La diferencia de los costes del esfuerzo viene corregida por las probabilidades contrarias de éxito en la consecución de la tarea. Aquí tenemos tres casos posibles:

1. Si $\frac{C(e_1)}{C(e_0)} = \frac{p}{q} \Rightarrow qC(e_1) - pC(e_0) = 0$, es decir $A^* = UR$, y se le paga al agente un salario fijo que es exactamente su nivel de utilidad de reserva.

2. Si $\frac{C(e_1)}{C(e_0)} > \frac{p}{q} \Rightarrow qC(e_1) > pC(e_0)$, es decir $A^* < UR$, el salario fijo con el que se compensa al agente es menor que su nivel de utilidad de reserva.

3. Si $\frac{C(e_1)}{C(e_0)} < \frac{p}{q} \Rightarrow qC(e_1) < pC(e_0)$, es decir $A^* > UR$, al agente hay que pagarle un salario fijo que supera su nivel de utilidad de reserva.

Vemos que, cuando la relación entre costes de esfuerzo es mayor (menor) que la relación entre las probabilidades de éxito, el salario fijo es menor (mayor) que el nivel de utilidad de reserva del agente. Nuevamente, obtenemos que la tranquilidad del principal se refleja en un premio al agente en forma de salario fijo.

b) Cuanto más probable es obtener éxito en la tarea con un alto esfuerzo frente a la probabilidad de conseguirlo con un esfuerzo bajo (mayor $(p-q)$), mayor debe ser el salario fijo del agente. En otras palabras, ser eficiente debe premiarse con seguridad.

c) La diferencia de los costes del esfuerzo viene corregida por las probabilidades contrarias de éxito en la consecución de la tarea. Aquí tenemos tres casos posibles:

1. Si $\frac{C(e_1)}{C(e_0)} = \frac{p}{q} \Rightarrow qC(e_1) - pC(e_0) = 0$, es decir $A^* = UR$, y se le paga al agente un salario fijo que es exactamente su nivel de utilidad de reserva.

2. Si $\frac{C(e_1)}{C(e_0)} > \frac{p}{q} \Rightarrow qC(e_1) > pC(e_0)$, es decir $A^* < UR$, el salario fijo con el que se compensa al agente es menor que su nivel de utilidad de reserva.

3. Si $\frac{C(e_1)}{C(e_0)} < \frac{p}{q} \Rightarrow qC(e_1) < pC(e_0)$, es decir $A^* > UR$, al agente hay que pagarle un salario fijo que supera su nivel de utilidad de reserva.

Vemos que, cuando la relación entre costes de esfuerzo es mayor (menor) que la relación entre las probabilidades de éxito, el salario fijo es menor (mayor) que el nivel de utilidad de reserva del agente. Nuevamente, obtenemos que la tranquilidad del principal se refleja en un premio al agente en forma de salario fijo.

Ejercicio 14:

Sea un propietario de una tienda que se plantea contratar un empleado para vender sus productos en la tienda. Este empleado tendrá la responsabilidad de gestionar las ventas y el funcionamiento del establecimiento, pues el propietario tiene otros menesteres que atender fuera. Por lo tanto, el propietario no podrá ocuparse en absoluto de esta parte de sus negocios. Dado el tipo de productos que se venden en su tienda, el propietario piensa que el rendimiento de la tienda depende, además de otros factores, de lo bien que el empleado sepa desenvolverse con los clientes. Ya ha hecho algunas entrevistas y le ha gustado uno así que está pensando qué tipo de contrato ofrecer a su empleado potencial, puesto que según lo que cobre, decidirá cuánto esforzarse. Estima que lo máximo que se puede obtener con este negocio es 700.000 u.m. al mes, y que lo mínimo, 150.000 u.m., serviría únicamente para cubrir costes.

Al propietario le interesaría un trabajador que se esforzará mucho puesto que, tal y como están los tiempos, cree que, si ese empleado se esfuerza mucho con los clientes, existen un 90 por ciento de posibilidades de obtener las máximas ganancias. Sin embargo, las posibilidades de obtener el máximo rendimiento mensual en la tienda bajan hasta un 10 por ciento si el vendedor no se esmera con sus clientes. El está pensando en ofrecerle un salario fijo y una parte de las ganancias, pues así se esmerará más en vender.

El entrevistado que tiene en mente este propietario, le ha comentado que, para aceptar el trabajo, necesitaría superar su salario actual de 100.000 u.m. al mes al menos en un 20 por ciento y que valoración en 50.000 u.m. el tener que esforzarse mucho en su trabajo. Un esfuerzo bajo no le cuesta nada, puesto que prefiere tener trabajo a no tenerlo.

¿Qué tipo de contrato crees que le va a ofrecer el propietario de la tienda a este empleado potencial?

Ejercicio 14:

Sea un propietario de una tienda que se plantea contratar un empleado para vender sus productos en la tienda. Este empleado tendrá la responsabilidad de gestionar las ventas y el funcionamiento del establecimiento, pues el propietario tiene otros menesteres que atender fuera. Por lo tanto, el propietario no podrá ocuparse en absoluto de esta parte de sus negocios. Dado el tipo de productos que se venden en su tienda, el propietario piensa que el rendimiento de la tienda depende, además de otros factores, de lo bien que el empleado sepa desenvolverse con los clientes. Ya ha hecho algunas entrevistas y le ha gustado uno así que está pensando qué tipo de contrato ofrecer a su empleado potencial, puesto que según lo que cobre, decidirá cuánto esforzarse. Estima que lo máximo que se puede obtener con este negocio es 700.000 u.m. al mes, y que lo mínimo, 150.000 u.m., serviría únicamente para cubrir costes.

Al propietario le interesaría un trabajador que se esforzará mucho puesto que, tal y como están los tiempos, cree que, si ese empleado se esfuerza mucho con los clientes, existen un 90 por ciento de posibilidades de obtener las máximas ganancias. Sin embargo, las posibilidades de obtener el máximo rendimiento mensual en la tienda bajan hasta un 10 por ciento si el vendedor no se esmera con sus clientes. El está pensando en ofrecerle un salario fijo y una parte de las ganancias, pues así se esmerará más en vender.

El entrevistado que tiene en mente este propietario, le ha comentado que, para aceptar el trabajo, necesitaría superar su salario actual de 100.000 u.m. al mes al menos en un 20 por ciento y que valoración en 50.000 u.m. el tener que esforzarse mucho en su trabajo. Un esfuerzo bajo no le cuesta nada, puesto que prefiere tener trabajo a no tenerlo.

¿Qué tipo de contrato crees que le va a ofrecer el propietario de la tienda a este empleado potencial?

Solución:

Bien, el principal (propietario de la tienda) debe asegurarse de que el agente (empleado potencial) acepte el trabajo, con lo que se ajustará a la petición del trabajador, y ofrecerá un salario tal que su salario sea, al menos, de *120.000* u.m.. Además, debe incentivarle a que trabaje haciendo un alto esfuerzo, pues es mucho más probable conseguir las máximas ganancias. Por lo tanto, el problema del principal viene expresado como:

$$Max_{A,b} E(\pi) = (1 - b) \cdot 700.000 \cdot 0,9 - A$$

s. a.

$$A + b \cdot 0,9 \cdot 700.000 - 50.000 \geq 120.000$$

$$A + b \cdot 0,9 \cdot 700.000 - 50.000 \geq A + b \cdot 0,1 \cdot 700.000$$

Las dos restricciones que tiene el principal implican que los valores de *A* y *b* deben ser tales que:

$$A \geq 170.000 - b \cdot 0,9 \cdot 700.000$$

$$b \geq \frac{50.000}{0,8 \cdot 700.000}$$

Los valores de *A* y *b* consistentes con la maximización de las ganancias del propietario son los mínimos posibles, es decir:

$$b^* = 0,089 = 8,9\%$$

$$A^* = 170.000 - 0,089 \cdot 0,9 \cdot 700.000 = 113.930 u.m.$$

Le ofrece, por tanto, un salario fijo inferior a su salario de reserva, pero superior al que tenía en su anterior trabajo. Además, le ofrece un porcentaje sobre las ventas. El porcentaje es pequeño, puesto que la probabilidad de que se llegue a unas máximas ganancias es muy alta (*0,9*) si el esfuerzo es alto.

Solución:

Bien, el principal (propietario de la tienda) debe asegurarse de que el agente (empleado potencial) acepte el trabajo, con lo que se ajustará a la petición del trabajador, y ofrecerá un salario tal que su salario sea, al menos, de *120.000* u.m.. Además, debe incentivarle a que trabaje haciendo un alto esfuerzo, pues es mucho más probable conseguir las máximas ganancias. Por lo tanto, el problema del principal viene expresado como:

$$Max_{A,b} E(\pi) = (1 - b) \cdot 700.000 \cdot 0,9 - A$$

s. a.

$$A + b \cdot 0,9 \cdot 700.000 - 50.000 \geq 120.000$$

$$A + b \cdot 0,9 \cdot 700.000 - 50.000 \geq A + b \cdot 0,1 \cdot 700.000$$

Las dos restricciones que tiene el principal implican que los valores de *A* y *b* deben ser tales que:

$$A \geq 170.000 - b \cdot 0,9 \cdot 700.000$$

$$b \geq \frac{50.000}{0,8 \cdot 700.000}$$

Los valores de *A* y *b* consistentes con la maximización de las ganancias del propietario son los mínimos posibles, es decir:

$$b^* = 0,089 = 8,9\%$$

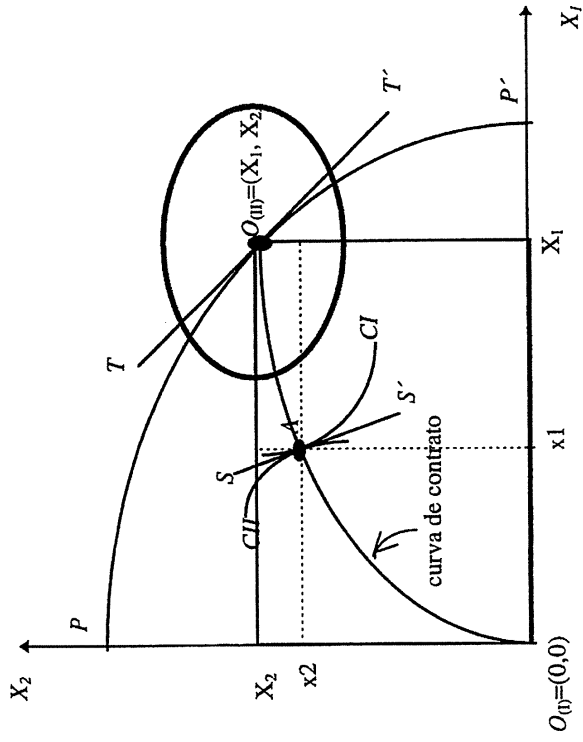
$$A^* = 170.000 - 0,089 \cdot 0,9 \cdot 700.000 = 113.930 u.m.$$

Le ofrece, por tanto, un salario fijo inferior a su salario de reserva, pero superior al que tenía en su anterior trabajo. Además, le ofrece un porcentaje sobre las ventas. El porcentaje es pequeño, puesto que la probabilidad de que se llegue a unas máximas ganancias es muy alta (*0,9*) si el esfuerzo es alto.

Ejercicio 15:

Contesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la razón por la que la situación representada en la siguiente gráfica no corresponde a un equilibrio en una economía cuya frontera de posibilidades productivas respecto a los bienes I y 2 - que son los únicos consumidos por los dos únicos ciudadanos I y II - es la PP' , y cuyas cantidades totales producidas de los bienes (X_1, X_2) están distribuidas (según indica la gráfica) entre I y II de manera que sí es un equilibrio en cuanto al consumo? (comprueba esta última afirmación y explica en qué sentido la situación es - o no es - óptima).

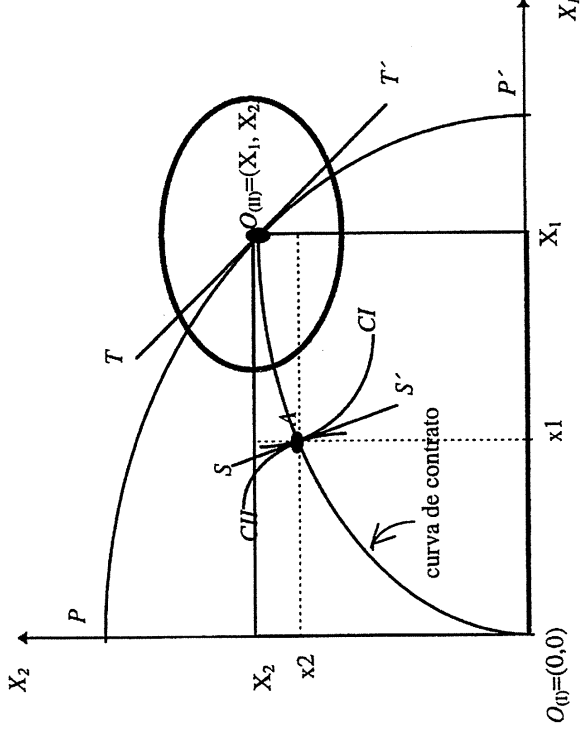


Si CI y CII son, respectivamente, las curvas de indiferencia de los individuos I y II que corresponden a la asignación de los dos bienes entre ambos definida por A , explica detalladamente el significado económico de las líneas SS' y TT' que son tangentes, respectivamente, a CI y CII la primera y a PP' la segunda.

Ejercicio 15:

Contesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la razón por la que la situación representada en la siguiente gráfica no corresponde a un equilibrio en una economía cuya frontera de posibilidades productivas respecto a los bienes I y 2 - que son los únicos consumidos por los dos únicos ciudadanos I y II - es la PP' , y cuyas cantidades totales producidas de los bienes (X_1, X_2) están distribuidas (según indica la gráfica) entre I y II de manera que sí es un equilibrio en cuanto al consumo? (comprueba esta última afirmación y explica en qué sentido la situación es - o no es - óptima).



Si CI y CII son, respectivamente, las curvas de indiferencia de los individuos I y II que corresponden a la asignación de los dos bienes entre ambos definida por A , explica detalladamente el significado económico de las líneas SS' y TT' que son tangentes, respectivamente, a CI y CII la primera y a PP' la segunda.

<p>2. ¿Por qué es importante, en cuanto al resultado final, la diferencia entre las afirmaciones:</p> <p>a) “Si quieren un ambiente sin humo, los no fumadores tienen que pagar a los fumadores por la desutilidad que les causa el “NO FUMEU” ”.</p> <p>b) “Si quieren fumar, los fumadores tienen que pagar a los no fumadores por la desutilidad que les causa un ambiente con humo” ?</p> <p>3. ¿Es la introducción de un segundo proveedor de servicios telefónicos una mejora en términos de Pareto?</p> <p>4. ¿Es siempre posible ser coherentes con la voluntad de la mayoría? .</p>
--

Solución:

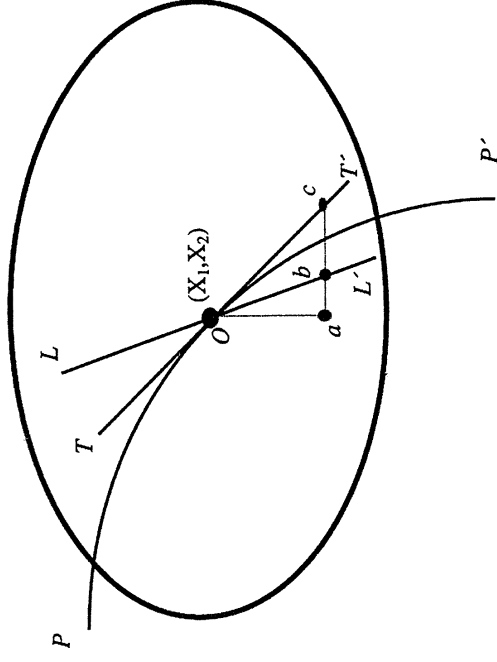
1. Es fácil comprobar que el reparto de los dos bienes entre *I* y *II* es óptima en el sentido de Pareto. Y ello es así porque el punto *A* es un punto sobre la *curva de contrato* e implica que las dos curvas de indiferencia *CI* y *CII* son tangentes entre sí. Eso significa igualdad entre las relaciones marginales de sustitución de los dos bienes para ambos consumidores. Dichas relaciones son iguales a la pendiente de la recta *SS'*. Por otra parte, la producción de los dos bienes en sus cantidades totales significa que se explotan todas las posibilidades de producción en dicha economía, dado que el punto *O_(m)* está sobre la *frontera de posibilidades* de esta economía. Sin embargo, el hecho de que la *SS'* y la *TT'* (cuya pendiente corresponde a la relación marginal de transformación en esta economía) no sean paralelas, hace que la situación representada no corresponda a un equilibrio, puesto que, como veremos en la siguiente gráfica, es posible, cambiando las cantidades (totales) producidas mejorar, en términos absolutos, el bienestar de uno o de los dos

<p>2. ¿Por qué es importante, en cuanto al resultado final, la diferencia entre las afirmaciones:</p> <p>a) “Si quieren un ambiente sin humo, los no fumadores tienen que pagar a los fumadores por la desutilidad que les causa el “NO FUMEU” ”.</p> <p>b) “Si quieren fumar, los fumadores tienen que pagar a los no fumadores por la desutilidad que les causa un ambiente con humo” ?</p> <p>3. ¿Es la introducción de un segundo proveedor de servicios telefónicos una mejora en términos de Pareto?.</p> <p>4. ¿Es siempre posible ser coherentes con la voluntad de la mayoría? .</p>

Solución:

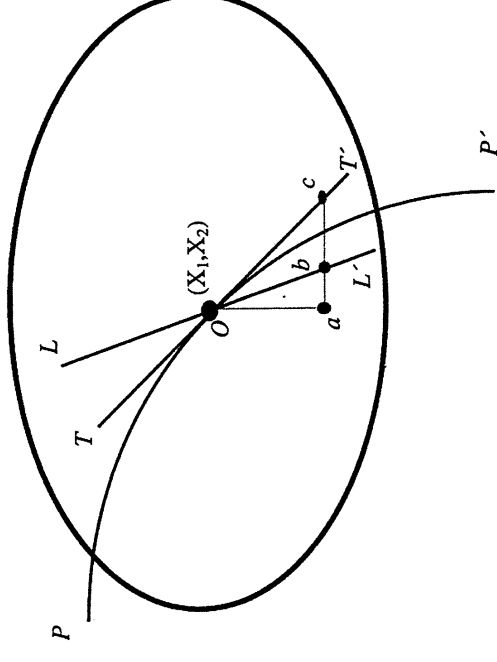
1. Es fácil comprobar que el reparto de los dos bienes entre *I* y *II* es óptima en el sentido de Pareto. Y ello es así porque el punto *A* es un punto sobre la *curva de contrato* e implica que las dos curvas de indiferencia *CI* y *CII* son tangentes entre sí. Eso significa igualdad entre las relaciones marginales de sustitución de los dos bienes para ambos consumidores. Dichas relaciones son iguales a la pendiente de la recta *SS'*. Por otra parte, la producción de los dos bienes en sus cantidades totales significa que se explotan todas las posibilidades de producción en dicha economía, dado que el punto *O_(m)* está sobre la *frontera de posibilidades* de esta economía. Sin embargo, el hecho de que la *SS'* y la *TT'* (cuya pendiente corresponde a la relación marginal de transformación en esta economía) no sean paralelas, hace que la situación representada no corresponda a un equilibrio, puesto que, como veremos en la siguiente gráfica, es posible, cambiando las cantidades (totales) producidas mejorar, en términos absolutos, el bienestar de uno o de los dos

consumidores. Sea la siguiente la imagen que obtenemos si hacemos “zoom” alrededor del punto (X_1, X_2) (simplificando la notación, punto O):



Sea Oa un pequeño cambio (una reducción) en la cantidad total y en la cantidad en posesión de cada uno de los consumidores del bien 2. Si LL' es paralela a la SS' eso significa que, para mantenernos sobre la misma curva de indiferencia de ambos consumidores, tenemos que cambiar (aumentar) la cantidad del bien 1 por una cantidad igual a ab . En otras palabras, si compensamos a los consumidores con ab unidades de 1 les podríamos “quitar” Oa unidades de 2. Pero de la tangencia entre PP' , la relación marginal de transformación TT' , sabemos que podemos (sin malgastar recursos) producir ac unidades más del bien 1 si dejamos de producir Oa unidades del bien 2. Eso significa que podemos reducir la producción del bien 2 y aumentar la cantidad producida del 1 en una cantidad que es más que suficiente para compensar al consumidor por esta “pérdida” de consumo de bien 2. Es decir, la situación representada en la gráfica es mejorable y, por tanto, no es un óptimo. Luego sólo en el caso en el que las SS' y TT' son paralelas, se consigue producir los dos bienes de manera que cada cambio en la relación de cantidades totales producidas es apenas suficiente para compensar a los consumidores por la pérdida causada respecto al

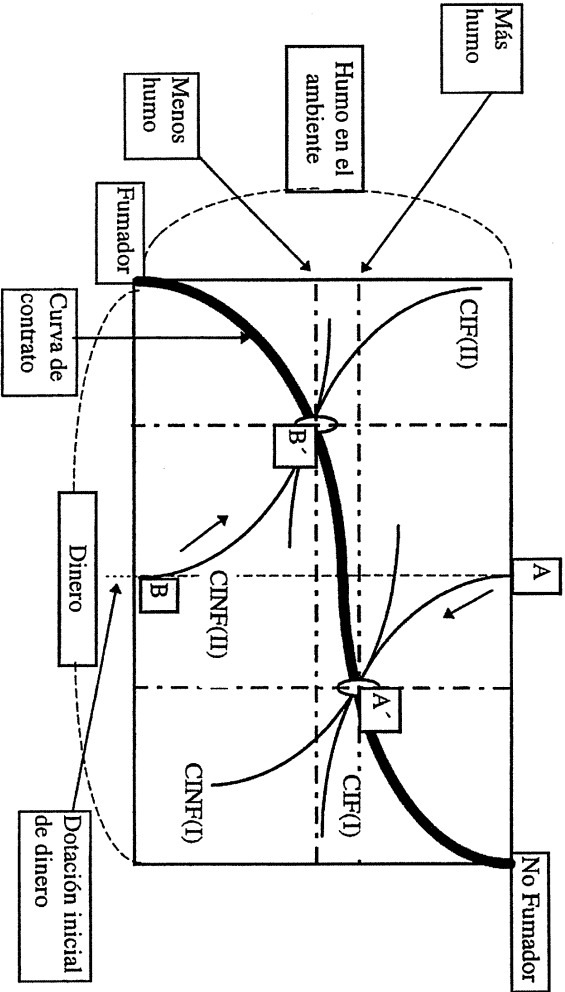
consumidores. Sea la siguiente la imagen que obtenemos si hacemos “zoom” alrededor del punto (X_1, X_2) (simplificando la notación, punto O):



Sea Oa un pequeño cambio (una reducción) en la cantidad total y en la cantidad en posesión de cada uno de los consumidores del bien 2. Si LL' es paralela a la SS' eso significa que, para mantenernos sobre la misma curva de indiferencia de ambos consumidores, tenemos que cambiar (aumentar) la cantidad del bien 1 por una cantidad igual a ab . En otras palabras, si compensamos a los consumidores con ab unidades de 1 les podríamos “quitar” Oa unidades de 2. Pero de la tangencia entre PP' , la relación marginal de transformación TT' , sabemos que podemos (sin malgastar recursos) producir ac unidades más del bien 1 si dejamos de producir Oa unidades del bien 2. Eso significa que podemos reducir la producción del bien 2 y aumentar la cantidad producida del 1 en una cantidad que es más que suficiente para compensar al consumidor por esta “pérdida” de consumo de bien 2. Es decir, la situación representada en la gráfica es mejorable y, por tanto, no es un óptimo. Luego sólo en el caso en el que las SS' y TT' son paralelas, se consigue producir los dos bienes de manera que cada cambio en la relación de cantidades totales producidas es apenas suficiente para compensar a los consumidores por la pérdida causada respecto al

consumo de uno de los bienes y, por consiguiente, no puede conllevar una mejora.

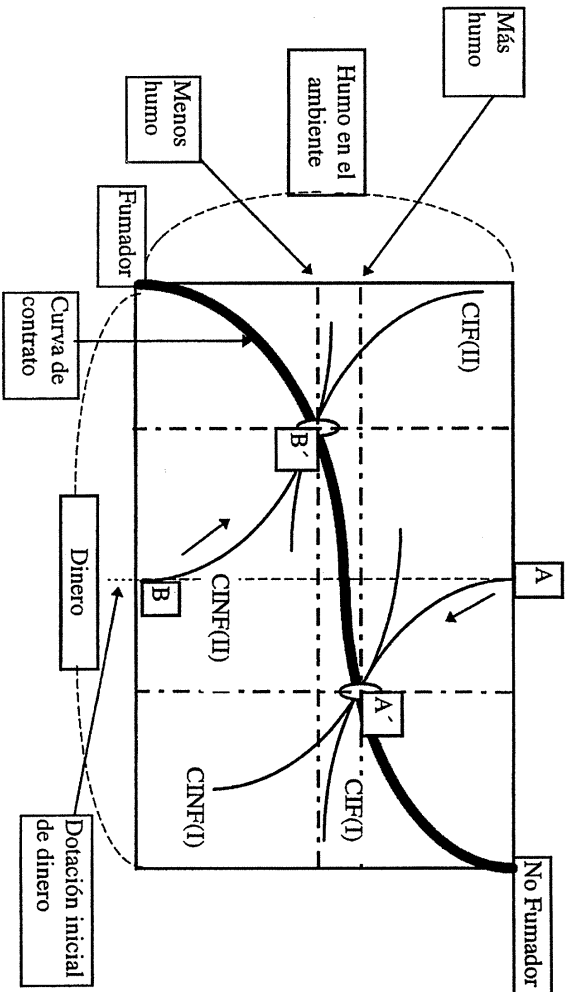
2. Consideremos la situación A, en la que los fumadores tienen los derechos de propiedad del espacio en consideración y la situación B, en la que dichos derechos pertenecen a los no fumadores. Es fácil comprobar que las situaciones A y B corresponden, respectivamente, a las frases a) y b) del ejercicio. Podemos representar en la misma gráfica y comparar los óptimos A° y B° que se obtendrían teniendo como punto de partida cada una de las dos situaciones anteriormente mencionadas:



- Teniendo como punto de partida el punto A, podemos mantener intacta la utilidad del fumador, mejorando el nivel de utilidad del no fumador, desplazando la combinación de humo y dinero sobre la curva de indiferencia del fumador $CIF(I)$, que pasa por A, hasta encontrarnos sobre la curva de contrato y, más concretamente, el punto de tangencia de la $CIF(I)$ con una curva de indiferencia del no fumador, la $CINF(I)$. Este punto, A° , es un óptimo en el sentido de Pareto. De manera parecida, partiendo de B,

consumo de uno de los bienes y, por consiguiente, no puede conllevar una mejora.

2. Consideremos la situación A, en la que los fumadores tienen los derechos de propiedad del espacio en consideración y la situación B, en la que dichos derechos pertenecen a los no fumadores. Es fácil comprobar que las situaciones A y B corresponden, respectivamente, a las frases a) y b) del ejercicio. Podemos representar en la misma gráfica y comparar los óptimos A° y B° que se obtendrían teniendo como punto de partida cada una de las dos situaciones anteriormente mencionadas:



- Teniendo como punto de partida el punto A, podemos mantener intacta la utilidad del fumador, mejorando el nivel de utilidad del no fumador, desplazando la combinación de humo y dinero sobre la curva de indiferencia del fumador $CIF(I)$, que pasa por A, hasta encontrarnos sobre la curva de contrato y, más concretamente, el punto de tangencia de la $CIF(I)$ con una curva de indiferencia del no fumador, la $CINF(I)$. Este punto, A° , es un óptimo en el sentido de Pareto. De manera parecida, partiendo de B,

podemos identificar el correspondiente óptimo, B' , en el que el nivel de humo es inferior al que corresponde al punto A' .

La diferencia entre las dos frases es obvia:

- *La definición de los derechos de propiedad del espacio en el que viven fumadores y no fumadores no solamente determinará si habrá una transferencia monetaria por parte de una u otra parte de ciudadanos hacia sus compañeros de preferencias contrarias, sino también el nivel de humo que habrá en el ambiente tras producirse la transferencia y alcanzarse el correspondiente punto óptimo en el sentido de Pareto.*

3. *No*, porque no se cumple el requisito de no disminución de la utilidad de ninguno de los afectados por el cambio. Incluso suponiendo un aumento de bienestar del consumidor y de los accionistas de la nueva empresa que entrará, la empresa establecida, antes de la introducción de un segundo proveedor, probablemente perderá poder y beneficios en la nueva situación.

4. Considera una situación en la que una sociedad integrada por 3 personas quiere clasificar, según las preferencias de la mayoría, 3 opciones: a , b y c . El primero de los ciudadanos considera que $(a, b, c)_1$ es el orden correcto. Sin embargo, el segundo (pero no menos importante) de los ciudadanos cree que la a tendría que ser la menos importante de todas las opciones, estando de acuerdo en cuanto la importancia relativa de la opciones b y c , como indica la tripleta: $(b, c, a)_2$. Finalmente, el tercero (pero igual de respetable) opina que el orden correcto es el $(c, a, b)_3$. El gobierno democrático de este país quiere construir una tripleta en la que quede reflejado el orden de preferencias en cuanto a las tres opciones sociales, sin violar la voluntad de la mayoría en respeto a la importancia relativa de cada par entre las tres opciones. Observa entonces que: a tiene que preceder a b porque así dicta la mayoría (1 y 3 frente a 2). Además, b tiene que ser considerada antes que c según la mayoría (de 1 y 2 sobre 3). Entonces, concluye (por la transitividad que tiene que cumplir el orden para ser coherente) que el orden tiene que ser el (a, b, c) . Hasta que la intervención (y queja) de los

podemos identificar el correspondiente óptimo, B' , en el que el nivel de humo es inferior al que corresponde al punto A' .

La diferencia entre las dos frases es obvia:

- *La definición de los derechos de propiedad del espacio en el que viven fumadores y no fumadores no solamente determinará si habrá una transferencia monetaria por parte de una u otra parte de ciudadanos hacia sus compañeros de preferencias contrarias, sino también el nivel de humo que habrá en el ambiente tras producirse la transferencia y alcanzarse el correspondiente punto óptimo en el sentido de Pareto.*

3. *No*, porque no se cumple el requisito de no disminución de la utilidad de ninguno de los afectados por el cambio. Incluso suponiendo un aumento de bienestar del consumidor y de los accionistas de la nueva empresa que entrará, la empresa establecida, antes de la introducción de un segundo proveedor, probablemente perderá poder y beneficios en la nueva situación.

4. Considera una situación en la que una sociedad integrada por 3 personas quiere clasificar, según las preferencias de la mayoría, 3 opciones: a , b y c . El primero de los ciudadanos considera que $(a, b, c)_1$ es el orden correcto. Sin embargo, el segundo (pero no menos importante) de los ciudadanos cree que la a tendría que ser la menos importante de todas las opciones, estando de acuerdo en cuanto la importancia relativa de la opciones b y c , como indica la tripleta: $(b, c, a)_2$. Finalmente, el tercero (pero igual de respetable) opina que el orden correcto es el $(c, a, b)_3$. El gobierno democrático de este país quiere construir una tripleta en la que quede reflejado el orden de preferencias en cuanto a las tres opciones sociales, sin violar la voluntad de la mayoría en respeto a la importancia relativa de cada par entre las tres opciones. Observa entonces que: a tiene que preceder a b porque así dicta la mayoría (1 y 3 frente a 2). Además, b tiene que ser considerada antes que c según la mayoría (de 1 y 2 sobre 3). Entonces, concluye (por la transitividad que tiene que cumplir el orden para ser coherente) que el orden tiene que ser el (a, b, c) . Hasta que la intervención (y queja) de los

ciudadanos 2 y 3 les recuerda que c tiene que preceder a a , si no se pretende ignorar la opinión mayoritaria sobre el orden entre ambas opciones. El gobierno se da cuenta que tendría que leer la literatura sobre el teorema de imposibilidad de Arrow¹ para decidir qué se hace en este caso y si hay que preocuparse mucho por el futuro del presente sistema político.

ciudadanos 2 y 3 les recuerda que c tiene que preceder a a , si no se pretende ignorar la opinión mayoritaria sobre el orden entre ambas opciones. El gobierno se da cuenta que tendría que leer la literatura sobre el teorema de imposibilidad de Arrow¹ para decidir qué se hace en este caso y si hay que preocuparse mucho por el futuro del presente sistema político.

¹ K. J. Arrow (1951) “*Social choice and individual values*”, John Wiley, Nueva York, (2ª edición) y A. K. Sen (1970) “*Collective choice and social welfare*”, Holden-Day.

¹ K. J. Arrow (1951) “*Social choice and individual values*”, John Wiley, Nueva York, (2ª edición) y A. K. Sen (1970) “*Collective choice and social welfare*”, Holden-Day.

APÉNDICE

APÉNDICE

APÉNDICE

Oligopolio con producto homogéneo: Tabla de fórmulas

Función inversa de la demanda: $P = a - b \cdot Q$, $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$

Costes de producción: $C_i = c \cdot Q_i$, Beneficios: $\Pi_i = (P - c) \cdot Q_i$

	Monopolio	Cártel (n empresas)	Duopolio de Cournot	Triopolio de Cournot	Duopolio de Stackelberg (Líder: Empresa 1)	Oligopolio de Cournot (n empresas)	Oligopolio de Bertrand (n empresas)
$Q_1 = Q_i$ $\forall i \in \{1, \dots, n\}$	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a-c}{2nb}$	$\frac{a-c}{3b}$	$\frac{a-c}{4b}$	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a-c}{(n+1)b}$	$\frac{a-c}{nb}$
$Q_2 = Q_j$, $j \neq i, j \in \{1, \dots, n\}$ (si $Q_j \neq Q_i$)	—	—	—	—	$\frac{a-c}{4b}$	—	—
$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{2(a-c)}{3b}$	$\frac{3(a-c)}{4b}$	$\frac{3(a-c)}{4b}$	$\frac{n(a-c)}{(n+1)b}$	$\frac{a-c}{b}$
P	$\frac{a+c}{2}$	$\frac{a+c}{2}$	$\frac{a+2c}{3}$	$\frac{a+3c}{4}$	$\frac{a+3c}{4}$	$\frac{a+nc}{n+1}$	c
$\Pi_1 = \Pi_i$ $\forall i \in \{1, \dots, n\}$	$\frac{(a-c)^2}{4b}$	$\frac{(a-c)^2}{4nb}$	$\frac{(a-c)^2}{9b}$	$\frac{(a-c)^2}{16b}$	$\frac{(a-c)^2}{8b}$	$\frac{(a-c)^2}{(n+1)^2 \cdot b}$	0
$\Pi_2 = \Pi_j$, $j \neq i, j \in \{1, \dots, n\}$ (si $\Pi_j \neq \Pi_i$)	—	—	—	—	$\frac{(a-c)^2}{16b}$	—	—

APÉNDICE

Oligopolio con producto homogéneo: Tabla de fórmulas

Función inversa de la demanda: $P = a - b \cdot Q$, $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$

Costes de producción: $C_i = c \cdot Q_i$, Beneficios: $\Pi_i = (P - c) \cdot Q_i$

	Monopolio	Cártel (n empresas)	Duopolio de Cournot	Triopolio de Cournot	Duopolio de Stackelberg (Líder: Empresa 1)	Oligopolio de Cournot (n empresas)	Oligopolio de Bertrand (n empresas)
$Q_1 = Q_i$ $\forall i \in \{1, \dots, n\}$	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a-c}{2nb}$	$\frac{a-c}{3b}$	$\frac{a-c}{4b}$	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a-c}{(n+1)b}$	$\frac{a-c}{nb}$
$Q_2 = Q_j$, $j \neq i, j \in \{1, \dots, n\}$ (si $Q_j \neq Q_i$)	—	—	—	—	$\frac{a-c}{4b}$	—	—
$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{2(a-c)}{3b}$	$\frac{3(a-c)}{4b}$	$\frac{3(a-c)}{4b}$	$\frac{n(a-c)}{(n+1)b}$	$\frac{a-c}{b}$
P	$\frac{a+c}{2}$	$\frac{a+c}{2}$	$\frac{a+2c}{3}$	$\frac{a+3c}{4}$	$\frac{a+3c}{4}$	$\frac{a+nc}{n+1}$	c
$\Pi_1 = \Pi_i$ $\forall i \in \{1, \dots, n\}$	$\frac{(a-c)^2}{4b}$	$\frac{(a-c)^2}{4nb}$	$\frac{(a-c)^2}{9b}$	$\frac{(a-c)^2}{16b}$	$\frac{(a-c)^2}{8b}$	$\frac{(a-c)^2}{(n+1)^2 \cdot b}$	0
$\Pi_2 = \Pi_j$, $j \neq i, j \in \{1, \dots, n\}$ (si $\Pi_j \neq \Pi_i$)	—	—	—	—	$\frac{(a-c)^2}{16b}$	—	—